



**UNIVERSITA' DEGLI STUDI DELLA BASILICATA**  
**Scuola di Ingegneria**



**Corso di**  
***TECNICA DELLE COSTRUZIONI***

**Aspetti introduttivi:**  
**PROGETTAZIONE STRUTTURALE**  
**e**  
**SICUREZZA STRUTTURALE**

Docente:  
**Prof. Ing. Angelo MASI**

Collaboratori:  
**Ing. Vincenzo MANFREDI**  
**Ing. Giuseppe VENTURA**

---

# INTRODUZIONE

# REQUISITI E PRESTAZIONI DI UNA STRUTTURA

---

Le **STRUTTURE**, come qualsiasi altra opera, vengono **PROGETTATE** e **REALIZZATE** per svolgere delle **PRESTAZIONI**.

Per poter svolgere le prestazioni richieste, una struttura deve possedere alcuni **REQUISITI**.

## REQUISITI

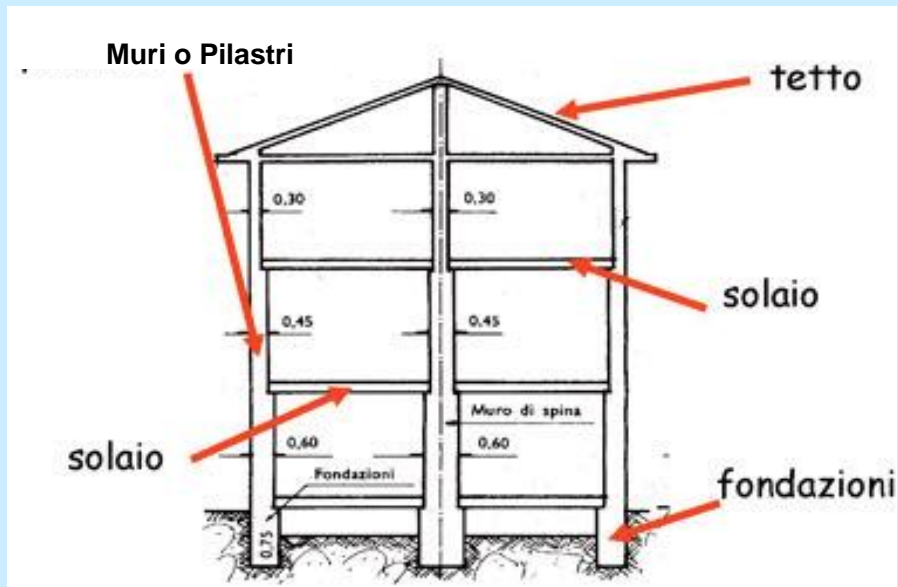
1. **FUNZIONALITA'**
2. **SICUREZZA**
3. **DURABILITA'**
4. **ECONOMICITA'**

# COME È FATTO UN EDIFICIO

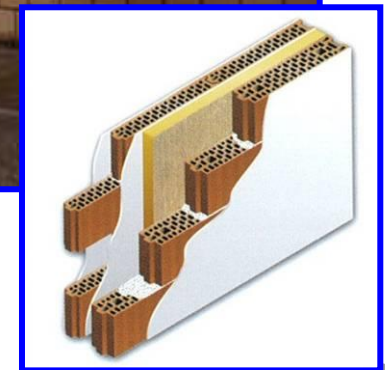
Un edificio è costituito da **tre componenti principali**:

- la **struttura portante** (es. muri portanti, pilastri, ecc.);
- gli **elementi non portanti** ma che sono necessari perché l'edificio possa essere utilizzato (es. tamponature esterne, divisori interni, controsoffitti, ecc.);
- gli **impianti** (elettrico, idrico, idro-sanitario e di riscaldamento).

## STRUTTURA PORTANTE



TAMPONATURE



# MATERIALI E TIPOLOGIE STRUTTURALI

---

## EDIFICIO IN CEMENTO ARMATO



## EDIFICIO IN MURATURA



## EDIFICIO IN ACCIAIO



## EDIFICIO IN LEGNO

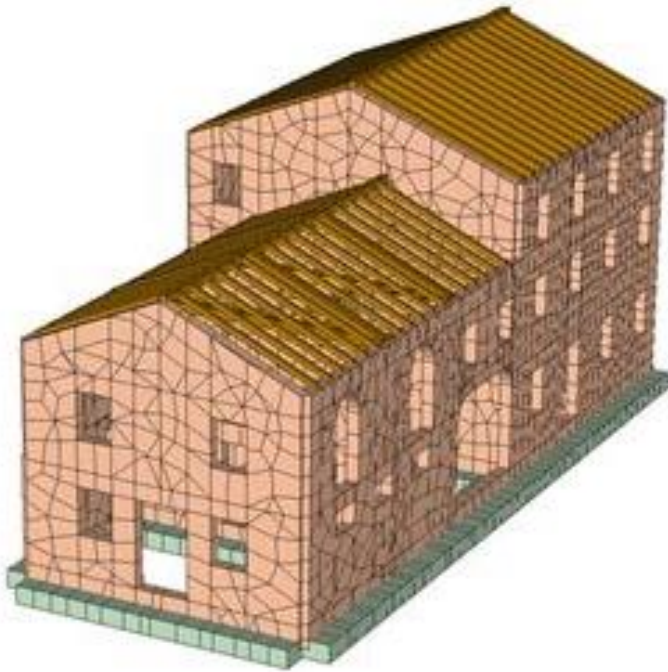




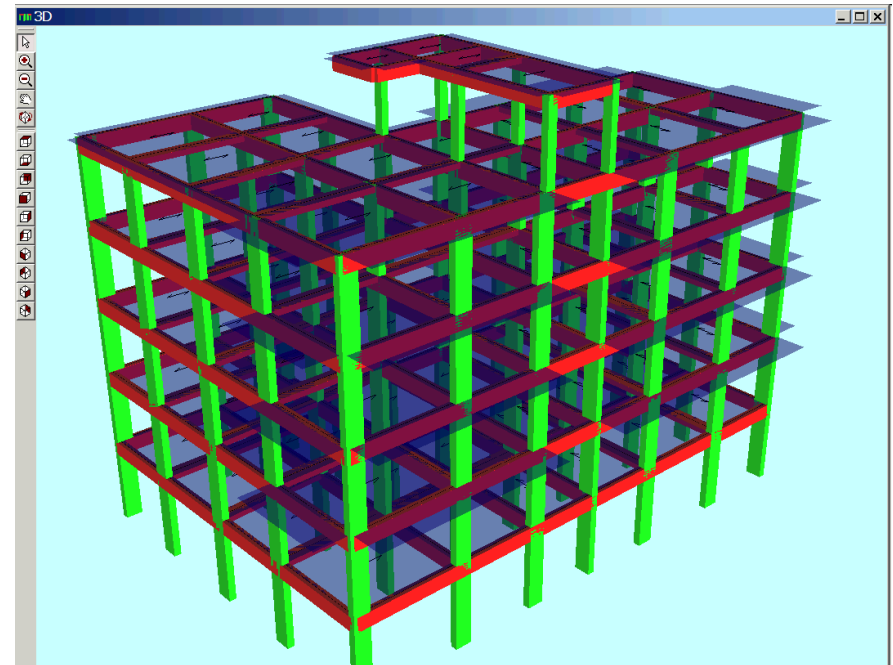
# MATERIALI E TIPOLOGIE STRUTTURALI

Le tipologie strutturali più diffuse in Italia sono la MURATURA e il CEMENTO ARMATO

Edifici in MURATURA (modello)

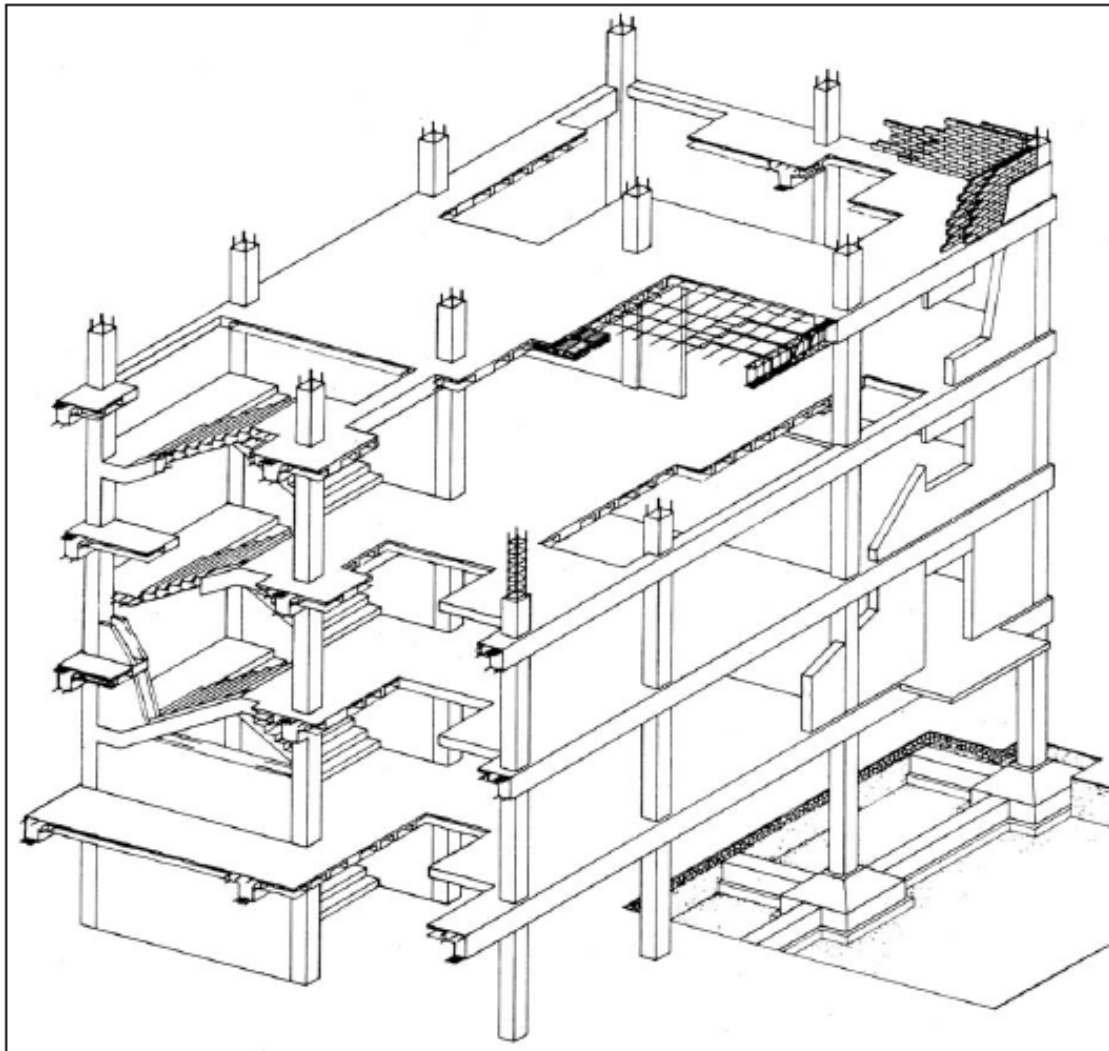


Edifici in CEMENTO ARMATO (modello)



# EDIFICI CON STRUTTURA IN CEMENTO ARMATO

UNA STRUTTURA IN CEMENTO ARMATO E' COMPOSTA DA:



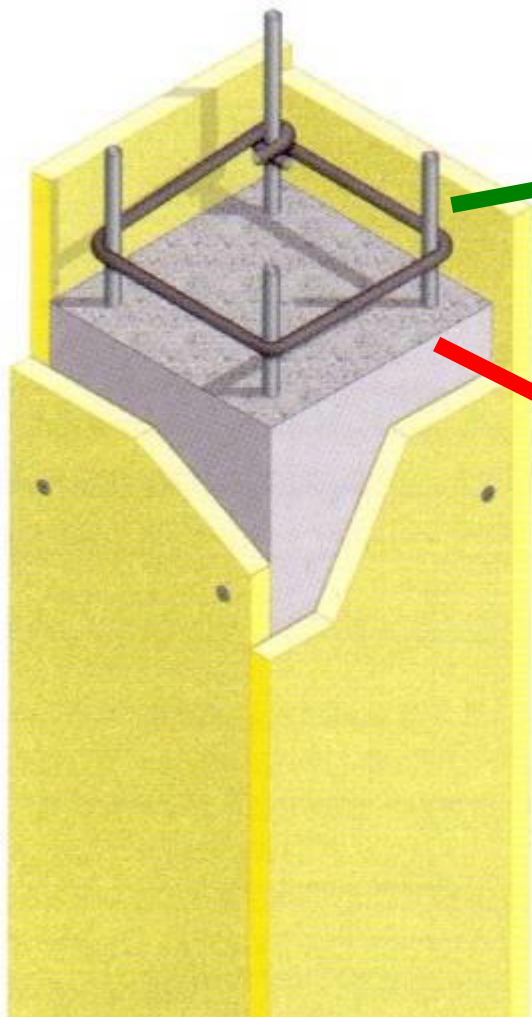
STRUTTURE DI  
FONDAZIONE

STRUTTURE IN  
ELEVAZIONE:

- Impalcati orizzontali (o inclinati)  
⇒ solai  
⇒ travi di piano
- Elementi strutturali verticali  
⇒ pilastri  
⇒ setti
- Strutture delle scale

# EDIFICI CON STRUTTURA IN CEMENTO ARMATO

CEMENTO ARMATO = **CALCESTRUZZO** + **ACCIAIO**



**ARMATURE DI ACCIAIO**



**CALCESTRUZZO**





---

# I MATERIALI E LA STRUTTURA

*Le PRESTAZIONI di una struttura, ed in particolare la sua resistenza, sono fortemente condizionate dalle caratteristiche dei MATERIALI con cui essa è realizzata.*

*La natura dei materiali impiegati condiziona in modo determinante le tipologie strutturali e spesso anche quelle architettoniche.*

*Nell'ambito di una tipologia le **proprietà meccaniche dei materiali** influenzano significativamente la **resistenza** della struttura.*

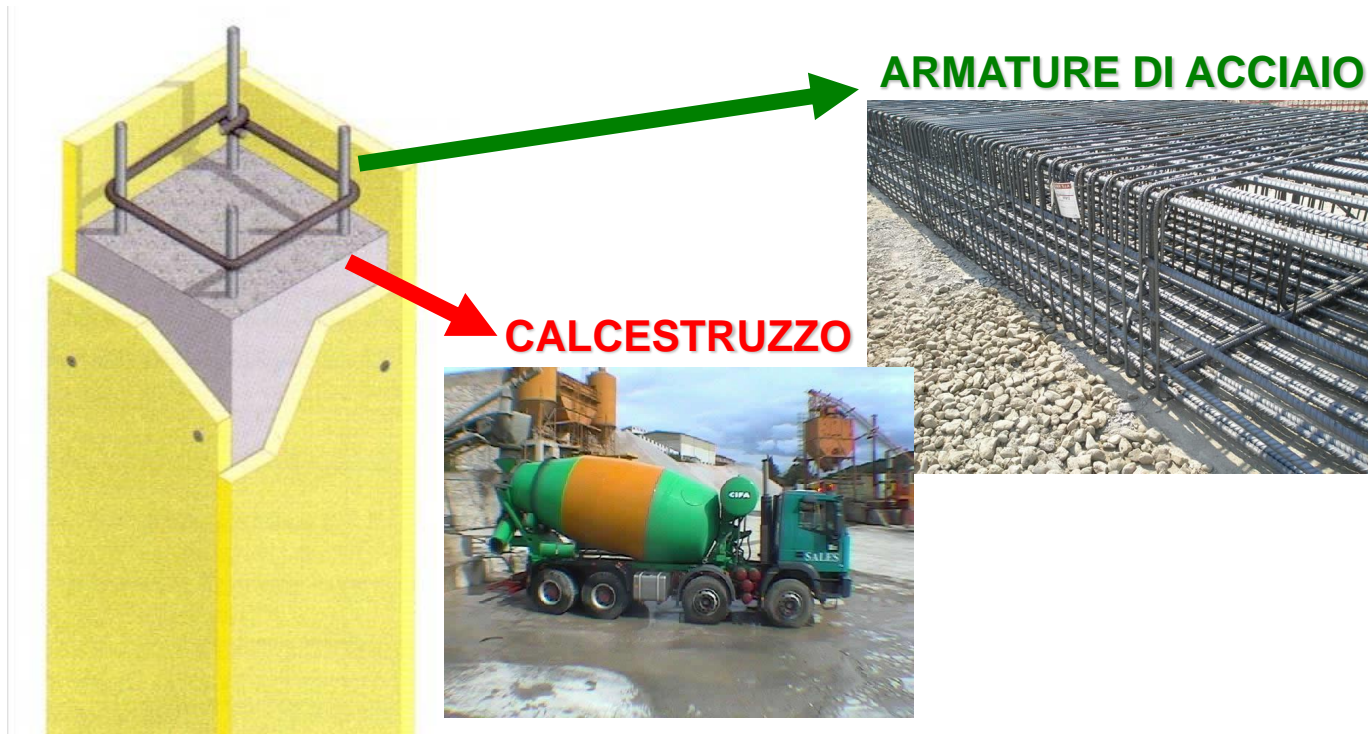
*Le **incertezze** sulle proprietà dei singoli materiali costituenti si riflettono su quelle dell'intera struttura.*

Le **INCERTEZZE** sulle proprietà meccaniche dei materiali dipendono da molti fattori.

Se si misura la resistenza su campioni di uno stesso materiale (ad esempio si valuta la resistenza delle barre di acciaio provenienti da uno stesso lotto di produzione), si possono ottenere risultati diversi per ogni campione.

La **VARIABILITÀ (DISPERSIONE)** dei risultati può essere piccola, come accade generalmente per l'acciaio, o molto più grande, come nel caso dei materiali lapidei naturali od artificiali (ad es. calcestruzzo), ma è tuttavia sempre presente.

# I MATERIALI E LA STRUTTURA



L'**ACCIAIO** è un materiale prodotto in modo industriale, pertanto la variabilità delle sue proprietà meccaniche è limitata, e può essere ridotta aumentando i controlli oltre che misurata direttamente all'atto della produzione.

Per il **CALCESTRUZZO** la variabilità è fisiologicamente più elevata considerato il suo processo di produzione e posa in opera (realizzazione della struttura). Inoltre, le sue proprietà (es. resistenza) non possono essere misurate in fase di produzione in quanto possono variare durante le fasi successive di utilizzo.



# I MATERIALI E LA STRUTTURA

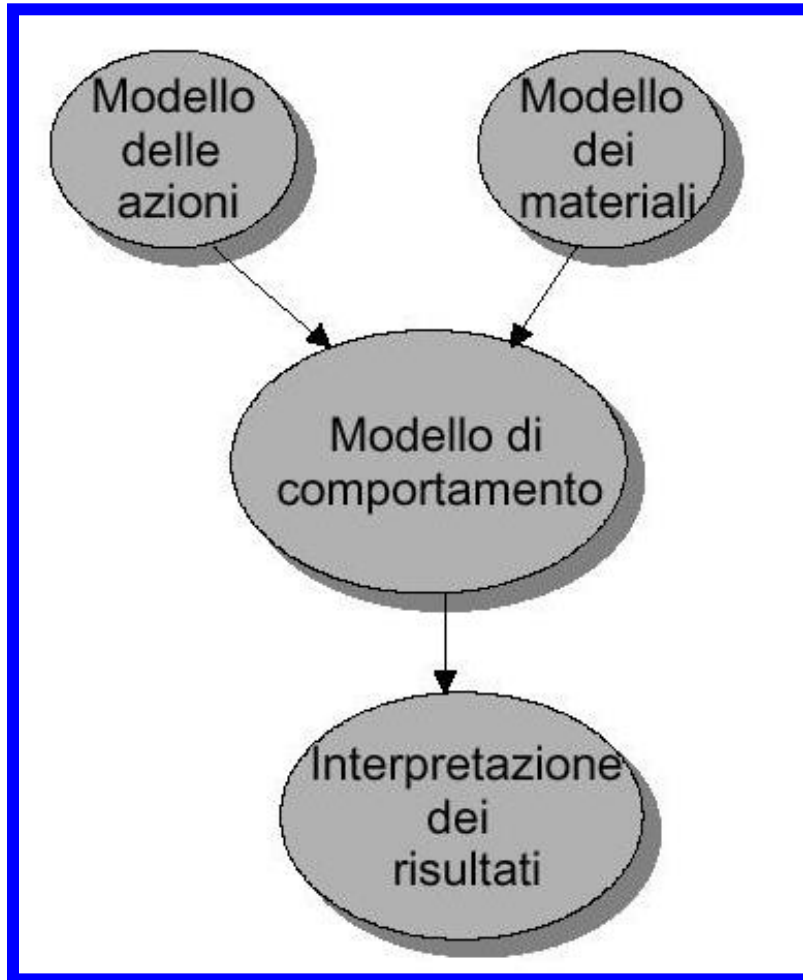
---

*Le incertezze sulle prestazioni di una struttura non dipendono solo dalla variabilità delle proprietà dei materiali.*

*In alcuni casi i materiali non sono la maggior fonte di incertezza.*

*Ad esempio un'ulteriore causa di incertezza può essere costituita dalla limitata accuratezza del **MODELLO DI CALCOLO** che si utilizza per valutare il comportamento della struttura reale.*

# LA STRUTTURA E IL MODELLO DI CALCOLO



*Fasi principali del processo di calcolo richiesto per valutare il comportamento (prestazioni) di una struttura:*

- **Azioni**
- **Materiali**
- **Comportamento**

*Ciascuna fase richiede la formulazione di un modello, più o meno accurato, idoneo a descrivere il fenomeno fisico corrispondente.*

# LA STRUTTURA E IL MODELLO DI CALCOLO

---

*Oltre alle incertezze ed alle dispersioni proprie del fenomeno, in fase di calcolo si introducono **errori**, a causa dell'imprecisione dei modelli, e quindi ulteriore incertezza.*

*Inoltre i parametri del modello sono spesso determinati in modo approssimato, sulla base di dati insufficienti od inesatti.*

*Nei confronti di errori di questo tipo ci si può cautelare fino ad un certo punto aumentando i margini tra situazione attesa e quella critica.*

*È possibile il verificarsi di uno scarto così grande (errori grossolani) da superare ogni ragionevole margine di sicurezza.*

*Il solo modo razionale di agire consiste nel ridurre la probabilità che gli errori grossolani si verifichino, aumentando i controlli sia in fase di progettazione sia in quella di esecuzione.*

---

# TRATTAMENTO DELLE INCERTEZZE



# TRATTAMENTO DELLE INCERTEZZE

*Per i motivi indicati in precedenza appare evidente come le grandezze che intervengono nella determinazione delle prestazioni delle strutture (azioni, caratteristiche dei materiali, modelli di calcolo, ....) non possono essere valutate in modo **deterministico**, ma richiedono un approccio **probabilistico**.*

*La risposta, positiva o negativa, circa l'adeguatezza della struttura a svolgere efficacemente le proprie prestazioni, dipende dal **livello di probabilità accettato** che la struttura possa avere dei problemi di sicurezza.*

## **Esempio: possibile crollo di un edificio**

Si può accettare un livello di probabilità pari a:

- $10^{-3}$  oppure
- $10^{-4}$  oppure
- $10^{-5}$

???

# TRATTAMENTO DELLE INCERTEZZE

---

*Il livello di probabilità accettato dipende dalla gravità delle conseguenze del superamento della prestazione in esame (**stato limite**).*

*Tale probabilità non è in genere esplicitamente indicata (ossia precisata) dalle norme tecniche che si occupano di sicurezza strutturale, ma deriva implicitamente dalle regole che vengono prescritte per la progettazione ed esecuzione delle strutture.*

# TRATTAMENTO DELLE INCERTEZZE

---

*Nei casi reali una trattazione pienamente probabilistica di tutte le grandezze che influenzano il comportamento strutturale è praticamente impossibile, a causa della complessità troppo elevata dei calcoli che ne deriverebbe.*

*I modelli probabilistici, per esempio delle azioni, vengono impiegati per calibrare e giustificare razionalmente, con riferimento a situazioni semplici, le procedure essenzialmente deterministiche utilizzate nella pratica.*

# TRATTAMENTO DELLE INCERTEZZE

---

*Le norme tecniche non sono in grado di garantire un'affidabilità (intesa come probabilità di non superamento di una data soglia) uniforme a diverse strutture.*

*In condizioni diverse, per azioni, materiali, tipologie, ecc., si ottengono strutture che possono avere differente affidabilità.*

*Obiettivo delle norme è garantire che le differenze siano sufficientemente limitate e che consentano di ottenere in ogni caso una sicurezza minima garantita, seppure non precisamente quantificata.*



---

# LA VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA

# LA VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA

Lo studio di un generico sistema richiede la definizione delle seguenti grandezze:

1. *quantità in ingresso* → *agiscono sul sistema*
2. *quantità di sistema* → *definiscono il sistema*
3. *quantità di uscita* → *descrivono la risposta*

In particolare, esaminando un sistema strutturale, si hanno:

1. *quantità in ingresso*    W:    *azioni applicate*
2. *quantità di sistema*    K:    *quantità geometriche*  
*(dimensioni, eccentricità...)*  
*quantità meccaniche*  
*(modulo elastico  $E$ , resistenze  $\sigma_y, \sigma_u, \dots$ )*
3. *quantità di uscita*    U:    *spostamenti e*  
*caratteristiche di sollecitazione interna*

# LA VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA

---

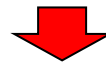
*Il processo di calcolo di un sistema strutturale si articola nelle fasi seguenti:*

- 1. analisi delle AZIONI*
- 2. analisi degli EFFETTI (spostamenti e sollecitazioni)*
- 3. analisi della SICUREZZA*

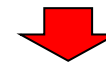
*[si definiscono i **DATI**: azioni W, struttura K]*



**Si effettua l'ANALISI STRUTTURALE**



*[si ottengono i **RISULTATI**: spostamenti e sollecitazioni U]*



**VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA**

- ***Analisi degli EFFETTI (spostamenti e sollecitazioni)***

*Gli **effetti** vengono valutati associando alla struttura reale un modello fisico – matematico e ricavando, sulla base delle azioni applicate, le caratteristiche di sollecitazione e deformazione su tale modello.*

*In particolare, la valutazione degli effetti delle azioni applicata alla struttura passa attraverso due fasi:*

1. **modellazione fisica o schematizzazione**
2. **modellazione matematica o modellazione**

## 1. modellazione fisica (o schematizzazione)

È il processo di **semplificazione della struttura reale** che si ottiene attraverso:

- l'individuazione degli elementi essenziali e l'eliminazione degli elementi superflui nei fenomeni in esame
- l'adozione di alcune ipotesi semplificatrici.

**EDIFICIO (reale)**



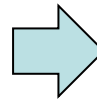
**MODELLO FISICO**



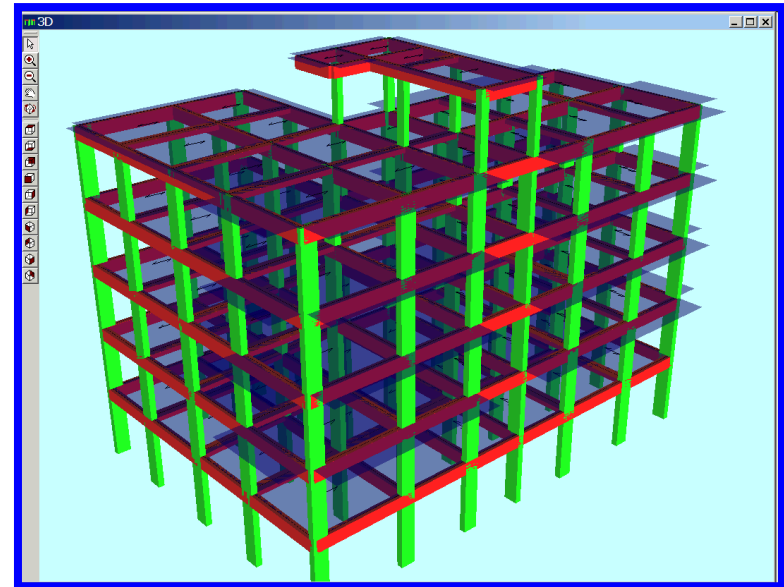
## 2. modellazione matematica (o modellazione)

È il processo di **descrizione matematica** del fenomeno (modello matematico) che passa attraverso l'idealizzazione delle singole parti strutturali secondo modelli o tipi costruttivi cui è spesso possibile associare un equivalente fisico (modello fisico).

### MODELLO FISICO



### MODELLO MATEMATICO





- **Analisi della SICUREZZA**

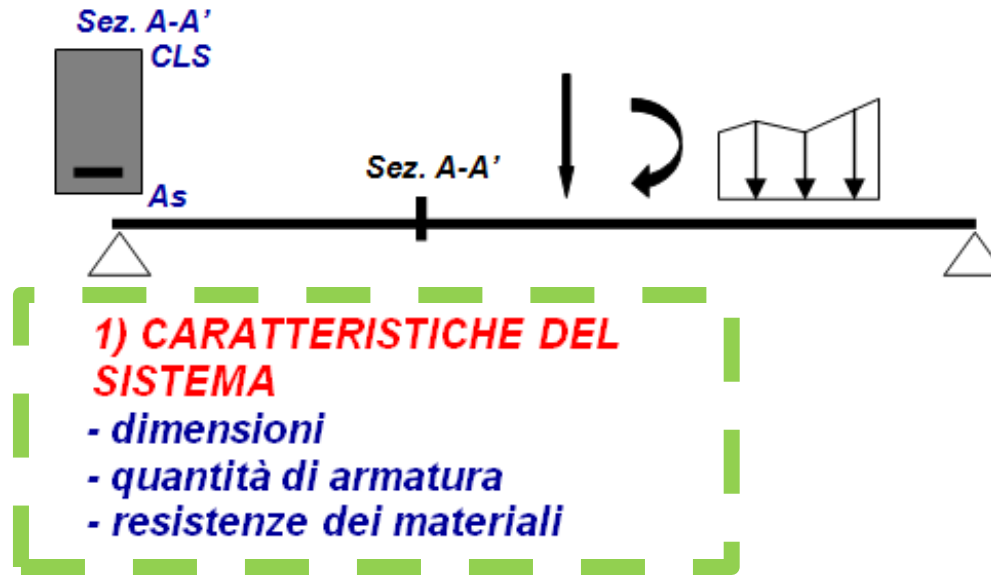
Stabilite le azioni e valutate le sollecitazioni conseguenti, si effettua l'analisi della **SICUREZZA**, tendente a valutare quanto la struttura sia distante da una **condizione critica** (ad es. dal collasso).

L'analisi della Sicurezza, e quindi il calcolo di tale «distanza critica», si può effettuare adottando due diversi approcci:

1. approccio deterministico:
  - **Metodo delle Tensioni Ammissibili**
  - **Analisi Limite o Calcolo a Rottura**
2. approccio probabilistico

# TRATTAMENTO DELLE INCERTEZZE

La valutazione della sicurezza è fortemente condizionata dall'incertezza



## 1) CARATTERISTICHE DEL SISTEMA

- dimensioni
- quantità di armatura
- resistenze dei materiali

## 4) ESECUZIONE

- difetti gravi
- difficoltà realizzative e tecnologiche

## 2) CARICHI

- entità dei carichi
- distribuzione dei carichi
- aleatorietà delle azioni

## 3) MODELLO

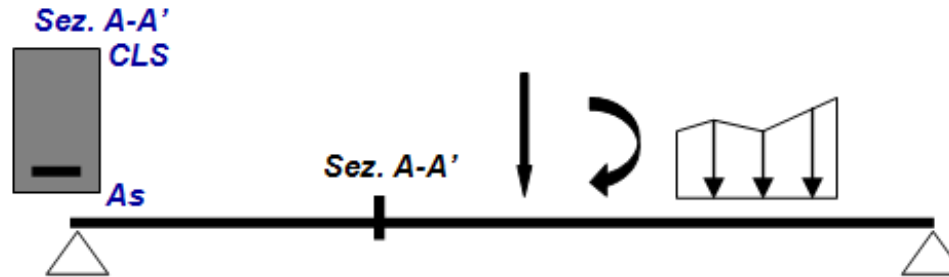
- vincoli
- ipotesi e metodi di calcolo
- errori numerici

## INCERTEZZE DI TIPO 1)

L'acciaio, essendo un prodotto industriale, è molto più affidabile del calcestruzzo che è gettato in opera e in alcuni casi (attualmente sempre meno) anche preparato in cantiere.

# TRATTAMENTO DELLE INCERTEZZE

La valutazione della sicurezza è fortemente condizionata dall'incertezza



## 1) CARATTERISTICHE DEL SISTEMA

- dimensioni
- quantità di armatura
- resistenze dei materiali

## 4) ESECUZIONE

- difetti gravi
- difficoltà realizzative e tecnologiche

## 2) CARICHI

- entità dei carichi
- distribuzione dei carichi
- aleatorietà delle azioni

## 3) MODELLO

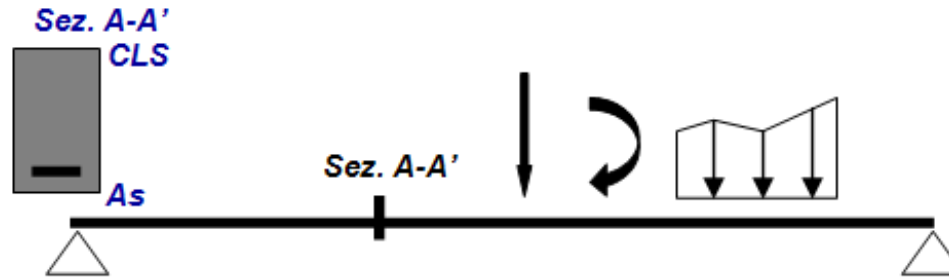
- vincoli
- ipotesi e metodi di calcolo
- errori numerici

## INCERTEZZE DI TIPO 2)

E' molto più rigorosa la valutazione del peso proprio degli elementi o di un carico idrostatico sulle pareti di un serbatoio rispetto all'azione dinamica di un terremoto.

# TRATTAMENTO DELLE INCERTEZZE

La valutazione della sicurezza è fortemente condizionata dall'incertezza



## 1) CARATTERISTICHE DEL SISTEMA

- dimensioni
- quantità di armatura
- resistenze dei materiali

## 4) ESECUZIONE

- difetti gravi
- difficoltà realizzative e tecnologiche

## 2) CARICHI

- entità dei carichi
- distribuzione dei carichi
- aleatorietà delle azioni

## 3) MODELLO

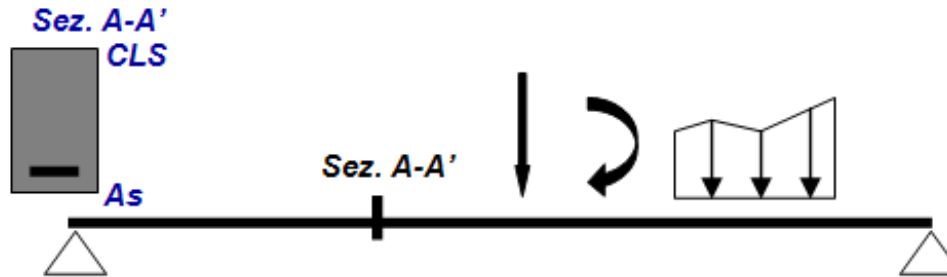
- vincoli
- ipotesi e metodi di calcolo
- errori numerici

## INCERTEZZE DI TIPO 3)

E' molto più semplice quindi affidabile un modello per analizzare una struttura isostatica in acciaio rispetto ad una struttura a doppia curvatura in c.a.

# TRATTAMENTO DELLE INCERTEZZE

La valutazione della sicurezza è fortemente condizionata dall'incertezza



## 1) CARATTERISTICHE DEL SISTEMA

- dimensioni
- quantità di armatura
- resistenze dei materiali

## 4) ESECUZIONE

- difetti gravi
- difficoltà realizzative e tecnologiche

## 2) CARICHI

- entità dei carichi
- distribuzione dei carichi
- aleatorietà delle azioni

## 3) MODELLO

- vincoli
- ipotesi e metodi di calcolo
- errori numerici

## INCERTEZZE DI TIPO 4)

*E' meno probabile vi possano essere difetti di esecuzione nella realizzazione di una struttura prefabbricata rispetto ad una struttura da realizzare interamente in opera.*

## APPROCCIO DETERMINISTICO

*Nonostante l'esperienza abbia sempre messo in evidenza la aleatorietà dei principali fattori che influenzano la capacità delle strutture di sopportare le azioni applicate, inizialmente la risposta a tali incertezze è stata l'adozione di **coefficienti di sicurezza** ( $\gamma$ ) deterministici:*

$$\gamma = \text{max azione resistente} / \text{max azione applicata}$$

*oppure*

$$\gamma = \text{max effetto resistente} / \text{max effetto applicato}$$

*ossia*

**$\gamma$  è il rapporto tra la CAPACITA' e la DOMANDA**

*Per «effetto» si può intendere ad es. il momento flettente, il taglio, gli spostamenti, ecc.*



## APPROCCIO DETERMINISTICO

*I coefficienti di sicurezza venivano calibrati su basi empiriche, combinate a tecniche per tentativi.*

*Sicuramente è necessario che la Capacità sia più grande della Domanda, ossia:*

$$\gamma > 1$$

*....ma di quanto  $\gamma > 1$  ???*

- *In genere si definivano, anche implicitamente, valori di  $\gamma$  basati sull'esperienza.*
- *Qualora l'uso di tale valore del coefficiente di sicurezza dava luogo, per lungo tempo, ad una sicurezza ritenuta troppo elevata o eccessiva, si riduceva gradualmente tale valore.*
- *In caso contrario, se si verificavano degli incidenti, il valore  $\gamma$  veniva incrementato.*

## METODO DELLE TENSIONI AMMISSIBILI

Il *metodo delle Tensioni Ammissibili* è il più antico e diffuso tra i metodi deterministici, con le seguenti caratteristiche:

- è un procedimento di **calcolo convenzionale**
- identifica la condizione limite con la **crisi puntuale** del materiale (o dei materiali)
- prevede l'assunzione di **valori deterministici** per le grandezze coinvolte nella verifica (azioni, resistenze, ...)
- controlla la sicurezza delle strutture per le **condizioni di esercizio**
- opera nell'ipotesi di **comportamento elastico** dei materiali.

## METODO DELLE TENSIONI AMMISSIBILI

La verifica di sicurezza si effettua confrontando le tensioni di calcolo  $\sigma_S$ , prodotte dalle azioni esterne di esercizio, con quelle ammissibili ( $\sigma_{amm}$ ) per i materiali, dedotte dai valori di rottura  $\sigma_R$  ridotti con un coefficiente di sicurezza  $\gamma$ :

$$\sigma_S \leq \frac{\sigma_R}{\gamma} = \sigma_{amm}$$

I coefficienti  $\gamma$  vengono prescritti dalle norme tecniche in modo convenzionale, sono diversi a seconda del **materiale** (es.  $\gamma_s$  per l'acciaio e  $\gamma_m$  per il calcestruzzo) e del tipo di **stato tensionale** in esame (es. derivante da flessione o da taglio).

## APPROCCIO PROBABILISTICO

*Nei primi decenni del XX secolo si iniziò ad affrontare il problema della sicurezza strutturale sulla base di un approccio di tipo probabilistico.*

*Le prime analisi statistiche sulle azioni e sulla resistenza dei materiali sono dovute a Levi (1950) ed a Freudenthal (1956).*

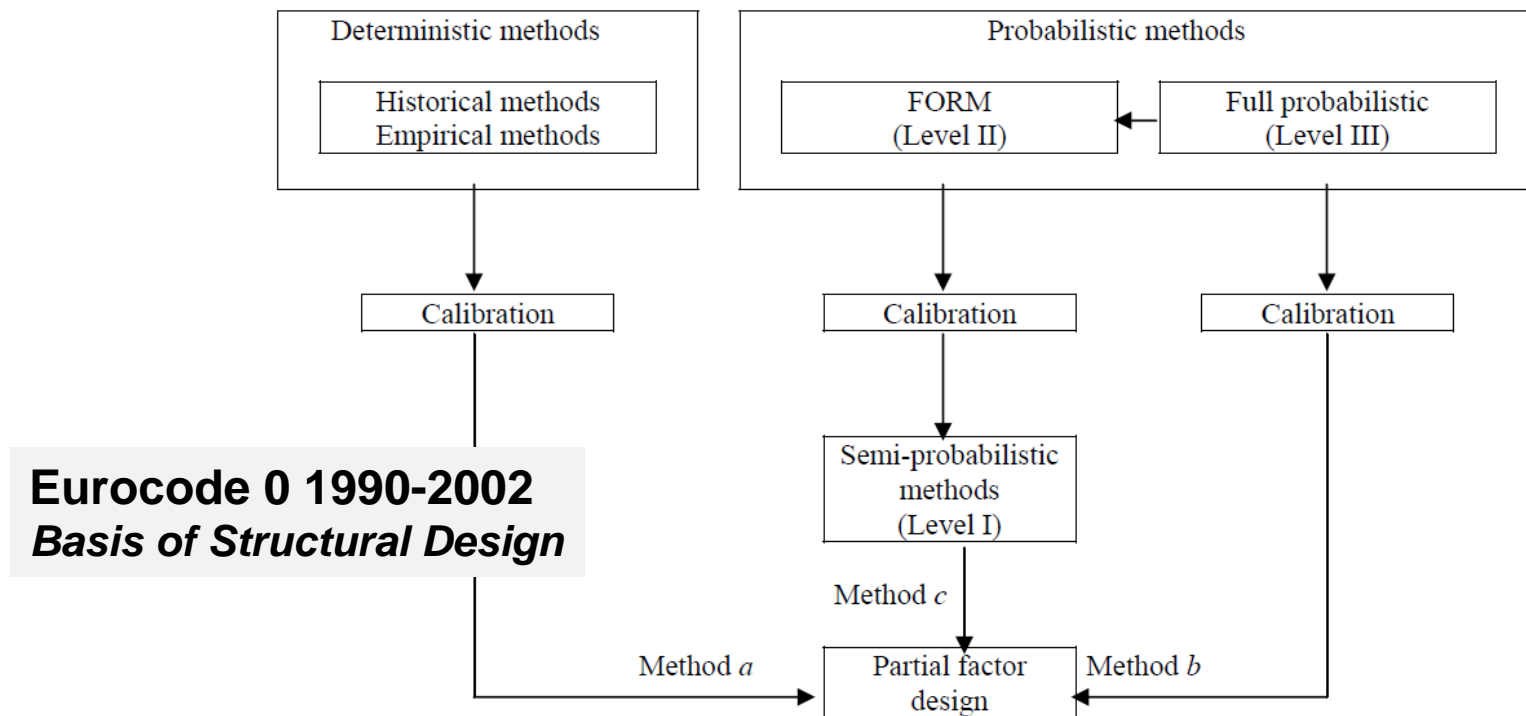
*L'affermarsi di una visione più realistica e chiara del comportamento delle strutture comportava una valutazione probabilistica delle azioni e delle proprietà dei materiali e, conseguentemente, del grado di sicurezza delle strutture.*

*La **sicurezza** veniva collegata con la **probabilità di collasso** della struttura, o quantomeno con la **probabilità** della sua **fuoriuscita di servizio**.*

# LA VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA

## APPROCCIO PROBABILISTICO

Da oltre trenta anni si è giunti all'accordo di considerare tre diversi livelli per la applicazione dell'approccio probabilistico alla analisi della sicurezza, ossia **Livello 1**, **Livello 2** e **Livello 3**, con grado di complessità crescente.



## Approccio probabilistico: LIVELLO 1

*Il LIVELLO 1, previsto nei codici di calcolo di numerosi paesi, trova la sua pratica applicazione nel metodo **Semi Probabilistico agli Stati Limite (SPSL)**.*

*L'analisi della sicurezza viene condotta confrontando l'effetto delle azioni applicate **S** (sollecitazioni) con la capacità di prestazione **R** (resistenze) e verificando che sia:*

$$**S \leq R**$$

*L'aspetto probabilistico interviene nella definizione delle quantità **S** e **R**, cui si attribuisce il significato di variabili aleatorie a distribuzione normale, e nella valutazione dei loro valori di calcolo **S<sub>d</sub>** e **R<sub>d</sub>**.*



## Approccio probabilistico: LIVELLO 1

### VERIFICA

$$S_d \leq R_d$$

- $R_d$  valore di calcolo di R:  $R_d = R / \gamma_m$
- $S_d$  valore di calcolo di S:  $S_d = S \times \gamma_f$
- $\gamma_m$  fattore di sicurezza sui materiali,  $> 1$
- $\gamma_f$  fattore di sicurezza sulle azioni applicate,  $> 1$

**PROBLEMA: definizione valori di  $\gamma_m$  e  $\gamma_f$**

## Approccio probabilistico: LIVELLO 2

Il **LIVELLO 2** prende in esame le stesse variabili aleatorie del Livello 1, ossia **R** e **S**, assumendo delle opportune distribuzioni di probabilità (normale, log-normale,....) per tali variabili, sia prese singolarmente che in coppia.

Assumendo delle **distribuzioni di probabilità normali** si può ad esempio considerare la funzione differenza **X** (che avrà anch'essa distribuzione normale) tra la capacità di prestazione **R** e l'effetto delle azioni applicate **S**:

$$X = R - S$$

Il **collasso** (condizione di non sicurezza) viene associato alla condizione:

$$X < 0$$

## Approccio probabilistico: LIVELLO 2

Assumendo che le variabili **R** e **S** siano statisticamente indipendenti, **X** avrà media  $\mu_{\underline{X}}$  e deviazione standard  $\sigma_{\underline{X}}$  fornite dalle espressioni:

$$\mu_X = \mu_R - \mu_S$$

$$\sigma_X = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$$

La probabilità di collasso è associata, in maniera inversamente proporzionale, al **rapporto  $\beta$**  definito indice di affidabilità:

$$\beta = \frac{\mu_X}{\sigma_X}$$

La verifica consiste nel controllare che il valore calcolato  $\beta$  risulti superiore ad un prestabilito valore limite  $\beta_0$ :  $\beta > \beta_0$

Il livello 2 è utilizzato frequentemente per la calibrazione dei valori di calcolo delle quantità **R** ed **S** utilizzate al livello 1.

## Approccio probabilistico: LIVELLO 3

Nel **LIVELLO 3**, sviluppatosi pressoché contemporaneamente al Livello 2, viene effettuato un calcolo diretto della **probabilità di collasso  $P_f$**  (attraverso un uso completo della teoria della probabilità).

Nei metodi di Livello 3 la misura della sicurezza è legata alla probabilità di collasso  $P_f$  (il pedice “f” è per l’inglese «failure») valutata rispetto a:

- possibili meccanismi di collasso per il caso in esame
- un appropriato periodo di riferimento (es: vita utile).

**$P_f$  viene poi confrontata con una prestabilita probabilità limite  $P_0$**

**Nel caso risulti:**

$$P_f < P_0$$

**la struttura viene considerata sufficientemente sicura.**

## Approccio probabilistico: LIVELLO 3

Esiste una relazione tra la probabilità di collasso  $P_f$  e l'indice di affidabilità  $\beta$ , ossia:  $P_f = \Phi(-\beta)$

in cui  $\Phi$  è la funzione cumulativa della distribuzione normale standard (ossia avente  $\mu = 0$  e  $\sigma = 1$ ).

Nelle tabelle si riporta la relazione tra  $\beta$  e  $P_f$  e i valori limite  $\beta_0$  e  $P_0$ :

$P_f$	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$
$\beta$	1.3	2.3	3.1	3.7	4.2	4.7	5.2

Stato limite	$\beta_0$	$P_0$
Ultimo	3.8	$\approx 10^{-4}$
di servizio	1.5	$\approx 10^{-1}$

Si è assunto, ad esempio nel caso di edifici, una vita utile  $\geq 50$  anni.

# LA VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA

## SINTESI APPROCCIO PROBABILISTICO

**S** (sollecitazione) → effetto delle azioni applicate (domanda)

**R** (resistenza) → capacità di prestazione

**S e R** → variabili aleatorie

**X** →  $X = S - R \rightarrow X < 0$

### Livello 1: Metodo SemiProbabilistico agli Stati Limite

*Verifica positiva se:*  $S_d \leq R_d$

### Livello 2: Indice di affidabilità

*Verifica positiva se:*  $\beta > \beta_0$   $\beta = \frac{\mu_X}{\sigma_X}$

### Livello 3: Probabilità di Collasso

*Verifica positiva se:*  $P_f < P_0$



---

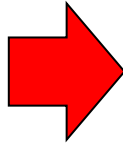
# VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA CON APPROCCIO PROBABILISTICO

## UN ESEMPIO APPLICATIVO

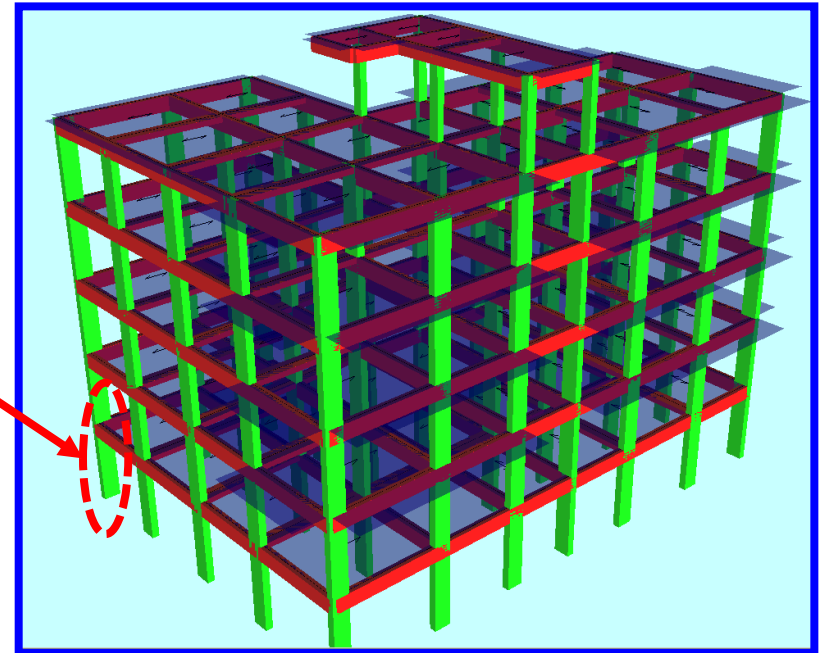
## APPROCCIO PROBABILISTICO:

Esempio di VERIFICA di una COLONNA

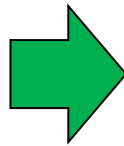
PROBLEMA



Valutare la  
probabilità di  
collasso di una  
colonna  
 $P[R-S < 0]$



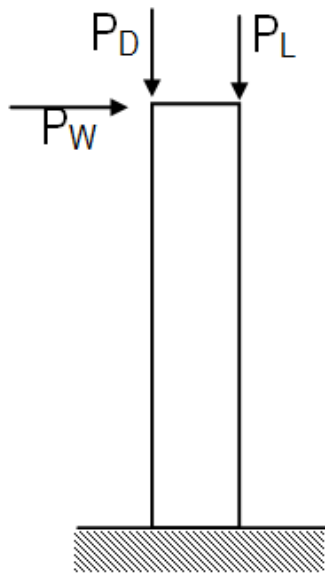
PROCEDURA



- a) Valutazione delle sollecitazioni
- b) Scelta delle resistenze
- c) Valutazione della probabilità di collasso

## Esempio di VERIFICA di una COLONNA

### a) Valutazione delle sollecitazioni



$(\delta = \sigma / \mu)$

azione	effetto	Media $\mu(\text{kg/cm}^2)$	Dev. Standard $\sigma(\text{kg/cm}^2)$	Coeff. Var. $\delta(\%)$
$P_D$	$S_D$	$\mu_D = 30$	$\sigma_D = 1$	$\delta_D = 3.3\%$
$P_L$	$S_L$	$\mu_L = 20$	$\sigma_L = 2$	$\delta_L = 10\%$
$P_W$	$S_W$	$\mu_W = 10$	$\sigma_W = 2$	$\delta_W = 20\%$
<b>totale</b>	<b>S</b>	<b><math>\mu_s = 60</math></b>	<b><math>\sigma_s = 3</math></b>	<b><math>\delta_s = 5\%</math></b>

Il valore delle azioni viene assunto con riferimento ad un certo intervallo di tempo (chiaramente i valori di P aumentano con tale intervallo).

# LA VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA

## Esempio di VERIFICA di una COLONNA

### a) Valutazione delle sollecitazioni

Assumendo che le azioni  $P_D$ ,  $P_L$ ,  $P_W$  ed i loro effetti  $S_D$ ,  $S_L$ ,  $S_W$  siano eventi statisticamente indipendenti, l'effetto complessivo si può ottenere adoperando la seguente espressione (formale):

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_D + \mathbf{S}_L + \mathbf{S}_W$$

In termini numerici:  $\mu_s = \mu_D + \mu_L + \mu_W = 60 \text{ kg/cm}^2$

$$\sigma_s = (\sigma_D^2 + \sigma_L^2 + \sigma_W^2)^{0.5} = 3 \text{ kg/cm}^2$$

da cui:  $\delta_s = \sigma_s / \mu_s = 5\%$ .

azione	effetto	Media $\mu(\text{kg/cm}^2)$	Dev. Standard $\sigma(\text{kg/cm}^2)$	Coeff. Var. $\delta(\%)$
$P_D$	$S_D$	$\mu_D = 30$	$\sigma_D = 1$	$\delta_D = 3.3\%$
$P_L$	$S_L$	$\mu_L = 20$	$\sigma_L = 2$	$\delta_L = 10\%$
$P_W$	$S_W$	$\mu_W = 10$	$\sigma_W = 2$	$\delta_W = 20\%$
<b>totale</b>	<b>S</b>	<b><math>\mu_s = 60</math></b>	<b><math>\sigma_s = 3</math></b>	<b><math>\delta_s = 5\%</math></b>

## *Esempio di VERIFICA di una COLONNA*

### ***b) Scelta delle resistenze***

Assumendo:  $\mu_R = 1.5 \mu_s$  e  $\delta_R = 15\%$

Si ottiene:

$$\mu_R = 1.5 * 60 = 90 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_R = \delta_R * \mu_R = 0.15 * 90 = 13.5 \text{ kg/cm}^2$$

## Esempio di VERIFICA di una COLONNA

### c) Valutazione della Probabilità di Collasso

Poniamo  $X = (R - S)$ , per cui, considerando R ed S statisticamente indipendenti:

$$\mu_X = \mu_R - \mu_S = 30 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_X = [\sigma_R^2 + \sigma_S^2]^{0.5} = 13.8 \text{ kg/cm}^2$$

Possiamo ora valutare l'indice di affidabilità  $\beta$ :

$$\beta = \mu_X / \sigma_X = 2.2$$

Sulla base del quale valutare la probabilità di collasso  $P_f$  in base alla relazione

$$P_f = \Phi(-\beta)$$

dove  $\Phi$  è la funzione cumulativa della distribuzione standard della variabile X (per valutare  $\Phi(-\beta)$  si possono adoperare apposite tabelle presenti nei manuali di statistica o software tipo EXCEL).

## Esempio di VERIFICA di una COLONNA

### c) Valutazione della Probabilità di Collasso

Nel caso in esame si ha la seguente Probabilità di collasso:

$$P_f = P [X < 0] = P[R > S] = 1.3 \times 10^{-2}$$

quindi una probabilità molto (troppo!) elevata, che significa che in 13 casi su 1000 si potrebbe avere  $R < S$ , ossia il collasso del pilastro.

Per ridurre la probabilità di collasso, si può intervenire sulle resistenze (dunque su  $R$ ) o sulle azioni (dunque su  $S$ ).

Assumendo, come accade generalmente, che le azioni siano un dato del problema si possono modificare le resistenze in due modi:

- aumentando  $\mu_R$  oppure
- diminuendo  $\sigma_R$



# LA VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA

## Esempio di VERIFICA di una COLONNA (alternativa 1)

c1) modifichiamo  $\mu_R$ , cambiando la classe del materiale, e lasciamo inalterata  $\delta_R=15\%$ .

- Si ha:

$$\mu_R = 2 \mu_S \longrightarrow \mu_R = 120 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_R = \delta_R \times \mu_R = 0.15 \times 120 = 18 \text{ kg/cm}^2$$

- Rivalutiamo media e dev.st. di  $\mathbf{X = R - S}$

$$\mu_X = \mu_R - \mu_S = 60 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_X = [\sigma_R^2 + \sigma_S^2]^{0.5} = 18.2 \text{ kg/cm}^2$$

- Da cui:

$$\beta = 3.3$$

$$P_f = P[X < 0] = \Phi(-\beta) = 4.8 \times 10^{-4}$$

La probabilità  $P_f$  è nettamente diminuita rispetto al caso c)

# LA VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA

## Esempio di VERIFICA di una COLONNA (alternativa 2)

**c2) manteniamo costante  $\mu_R$  e riduciamo la dispersione  $\delta_R=10\%$ , cioè adottiamo lo stesso materiale ma lo selezioniamo più accuratamente.**

- Si ha:

$$\mu_R = 90 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_R = \delta_R \times \mu_R = 0.10 \times 90 = 9 \text{ kg/cm}^2$$

- Rivalutiamo media e dev.st. di  $\mathbf{X = R - S}$

$$\mu_X = \mu_R - \mu_S = 30 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_X = [\sigma_R^2 + \sigma_S^2]^{0.5} = 9.5 \text{ kg/cm}^2$$

- Da cui:

$$\beta = 3.16$$

$$P_f = \Phi(-\beta) = 7.9 \times 10^{-4}$$

**La probabilità  $P_f$  è leggermente maggiore rispetto al caso c1)**

# LA VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA

## Esempio di VERIFICA di una COLONNA

In sintesi si ha:

Caso	$\mu_R$	$\sigma_R$	Prob. di collasso $P_f$
C (base)	$1.5 \mu_s$	$0.15 \mu_R$	$1.3 \times 10^{-2}$
C1	$2.0 \mu_s$	$0.15 \mu_R$	$4.8 \times 10^{-4}$ (27 minore di caso C)
C2	$1.5 \mu_s$	$0.10 \mu_R$	$7.9 \times 10^{-4}$ (16 minore di caso C)