



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DELLA BASILICATA
Scuola di Ingegneria



Corso di
TECNICA DELLE COSTRUZIONI

**LO STATO LIMITE ULTIMO DI TORSIONE
NELLE STRUTTURE IN C.A.**

Docente:

Prof. Ing. Angelo MASI

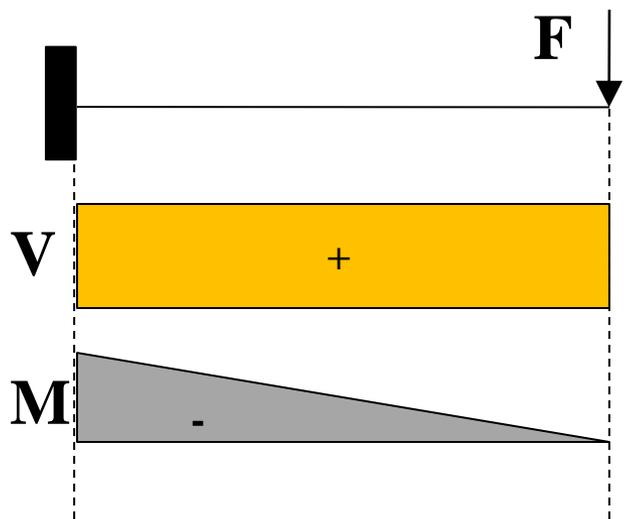
Collaboratori:

Ing. Vincenzo MANFREDI

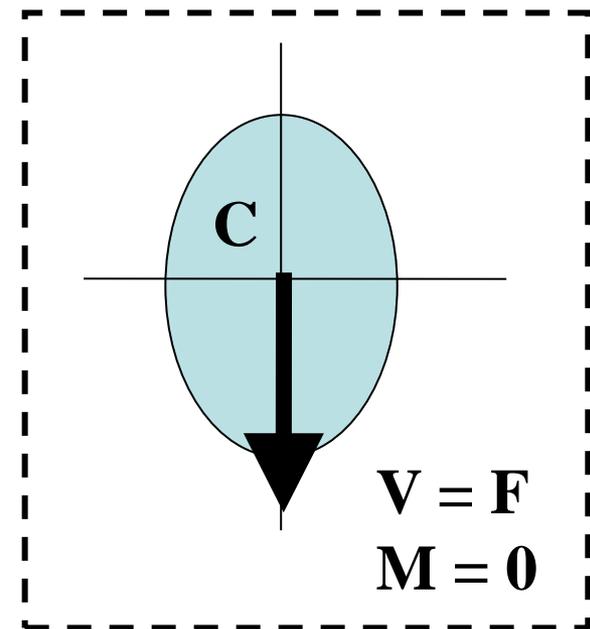
Ing. Giuseppe VENTURA

....richiamiamo la sollecitazione di TAGLIO

Una sezione di una trave risulta sollecitata a solo **taglio V** se, in assenza di momento flettente, la risultante delle azioni esterne F appartiene al piano della sezione e passa per un punto caratteristico C detto **CENTRO DI TAGLIO**

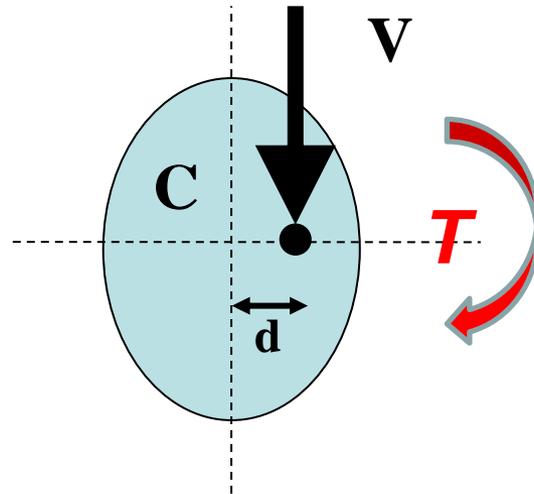


Sezione in cui è applicata F



La sollecitazione di TORSIONE

La sollecitazione di TORSIONE si presenta quando l'azione applicata NON passa per il **centro di taglio C** della sezione.

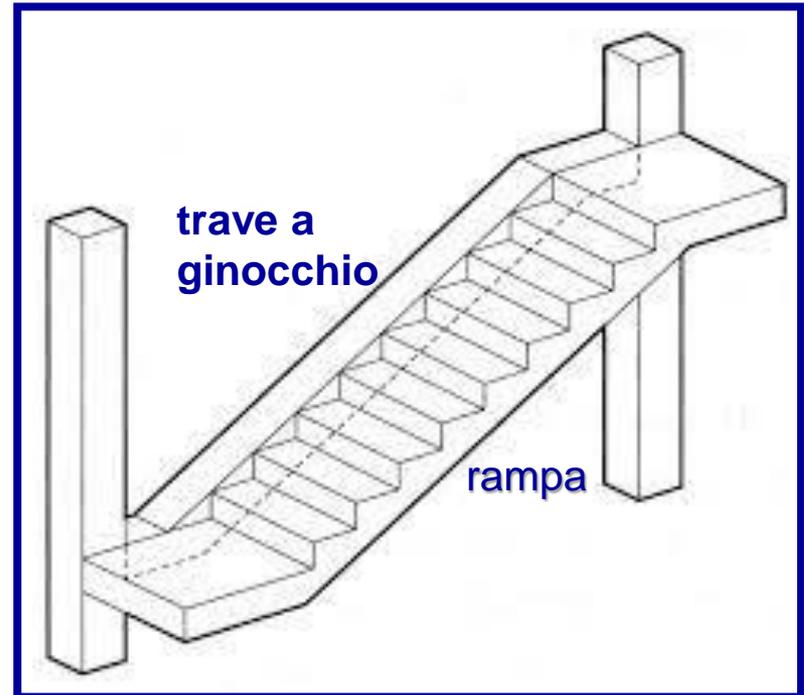


Momento torcente
 $T = V d$

- La TORSIONE è sempre accompagnata da flessione e taglio.

La sollecitazione di TORSIONE

- La sollecitazione di TORSIONE viene usualmente trascurata nelle verifiche
- Se ne tiene conto solo in alcuni casi per la verifica specifica di elementi caratteristici per i quali tale sollecitazione non è trascurabile.
- La torsione viene considerata per verifica delle **travi a ginocchio**, elementi strutturali necessari per sostenere le rampe del corpo scala.

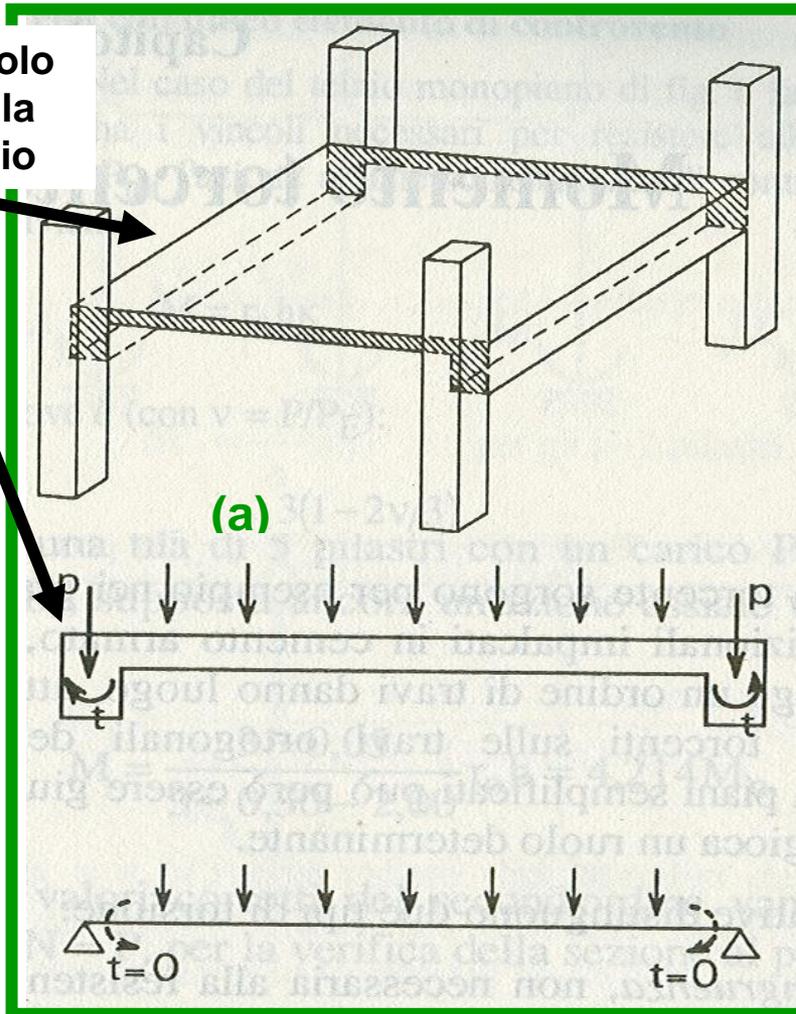


TORSIONE: primaria e secondaria

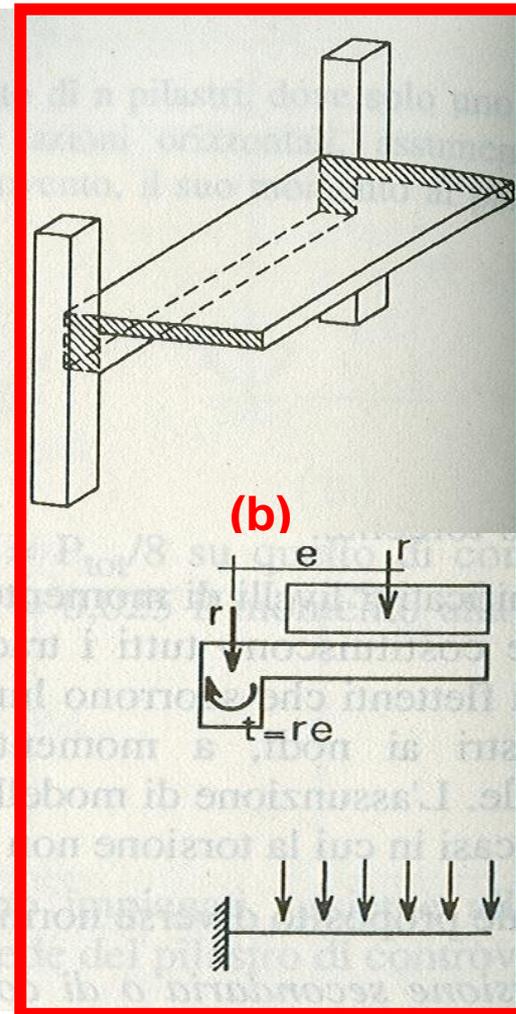
- Qualora l'equilibrio statico di una struttura dipende dalla resistenza torsionale degli elementi che la compongono, è necessario un calcolo completo che consideri la torsione nei riguardi sia degli stati limite ultimi che di esercizio (**Torsione primaria**).
- Qualora, in strutture iperstatiche, la torsione insorge solo per esigenze di compatibilità e la stabilità della struttura non dipende dalla resistenza torsionale, non è generalmente necessario considerare la torsione allo stato limite ultimo (**Torsione secondaria**).
- Nei casi in cui la torsione non è essenziale per la stabilità, possono comunque essere richiesti adeguati accorgimenti per limitare un'eccessiva fessurazione allo stato limite d'esercizio (valori minimi di staffe e ferri longitudinali)

TORSIONE: primaria e secondaria

Azione di vincolo esercitata dalla trave sul solaio



**Torsione secondaria (a)
o di congruenza**



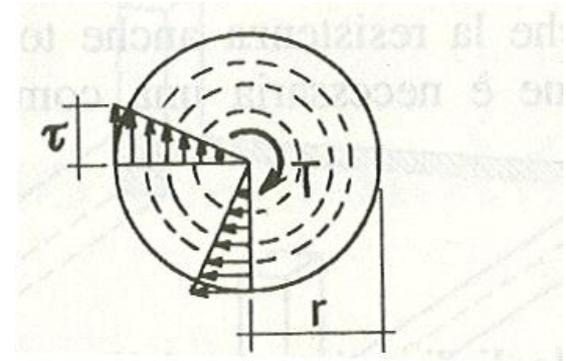
**Torsione primaria (b)
o di equilibrio**

TORSIONE: diagramma tensioni tangenziali

- La legge di distribuzione delle tensioni tangenziali dovute alla torsione varia con la forma della sezione.
- Non si è in grado di stabilire, anche in via approssimata, una relazione che possa essere valida per qualsiasi forma.
- Nel seguito si esaminano le espressioni per valutare la distribuzione delle tensioni tangenziali ed in particolare del valore max τ_{max} , per le sezioni di più comune impiego, ossia:
 - circolare (piena e cava)
 - rettangolare
 - anulare
- L'ipotesi di base è di materiale elastico, omogeneo ed isotropo.

TORSIONE: sezione circolare

A partire dalla teoria di De Saint-Venant, per azione di un momento torcente T , in una sezione circolare in fase elastica si originano tensioni tangenziali di intensità crescente verso l'esterno della sezione.

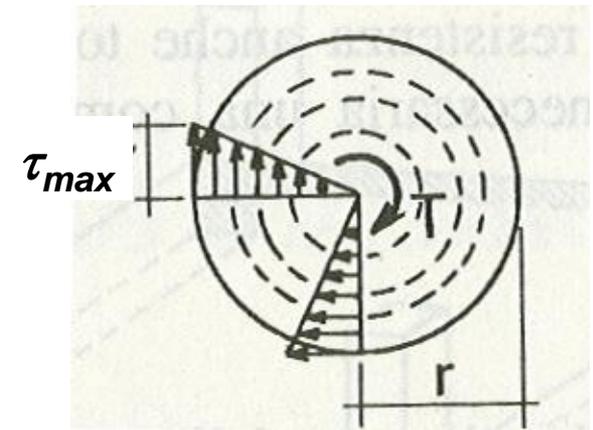


Definito il modulo di resistenza torsionale della sezione W_t

$$W_t = \frac{\pi \cdot r^3}{2}$$

La massima tensione prodotta all'estremo vale:

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_t} = \frac{2 T}{\pi \cdot r^3}$$



TORSIONE: sezione circolare

La rotazione $d\phi$ delle parti terminali di un concio elementare dx rispetto all'asse baricentrico per effetto di T vale:

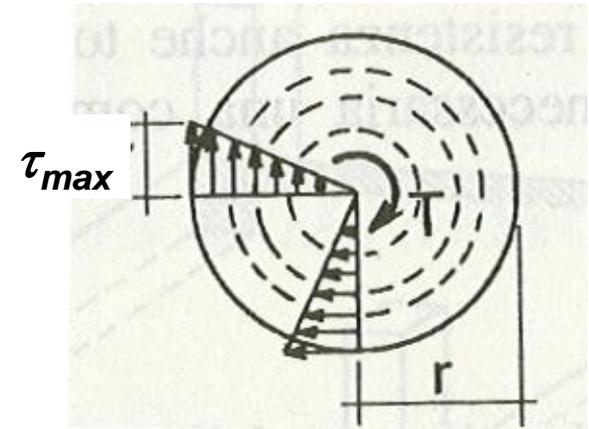
$$d\phi = \frac{T}{GJ} dx$$

in cui:

- G è il modulo elastico tangenziale⁽¹⁾
- J è il momento di inerzia torsionale (momento di inerzia polare)

Per la sezione circolare vale:

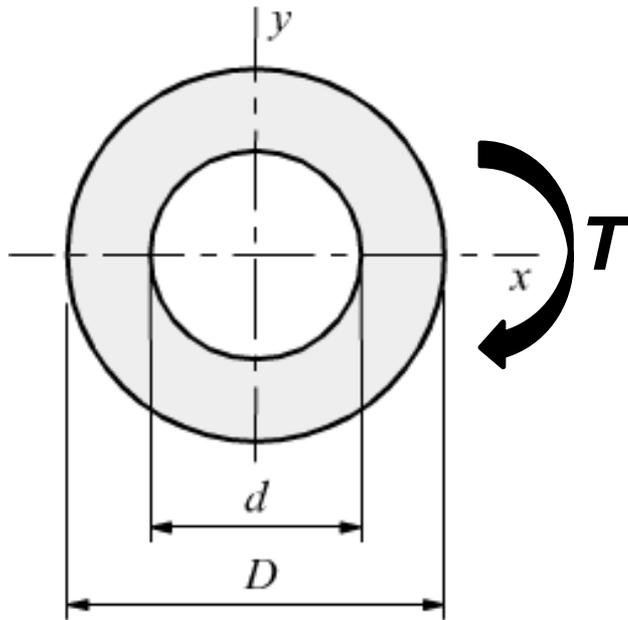
$$J = \frac{\pi \cdot r^4}{2}$$



⁽¹⁾ $G = E/2(1+\nu)$, con ν modulo di Poisson

TORSIONE: sezione circolare (cava)

Nel caso di una sezione circolare cava di raggi $r_e (= D/2)$ e $r_i (= d/2)$, rispettivamente esterno ed interno, si ha:



$$\tau_{\max} = \frac{2 T r_e}{\pi \cdot (r_e^4 - r_i^4)}$$

- $r_i = d/2$
- $r_e = D/2$

TORSIONE: sezione rettangolare

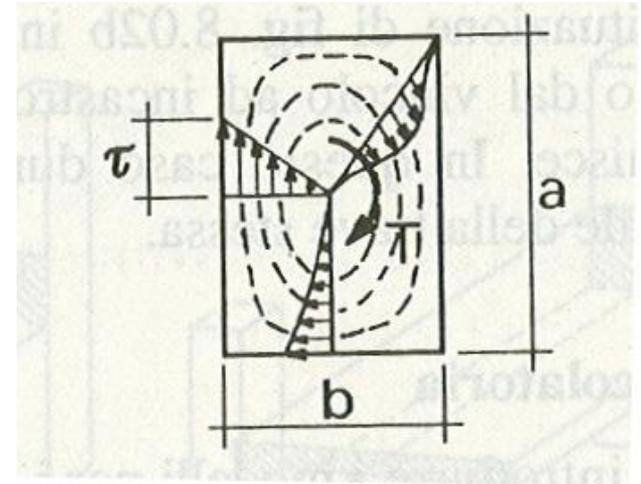
Nel caso di sezioni rettangolari, di lato minore b e maggiore a ($b \leq a$, $\beta = b/a \leq 1$), vale ancora:

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_t}$$

nella quale il modulo di resistenza della sezione W_t vale:

$$W_t = k_1 \cdot a \cdot b^2$$

$$\text{con } k_1 \cong \frac{1}{3 + 1.8 \cdot \beta}$$



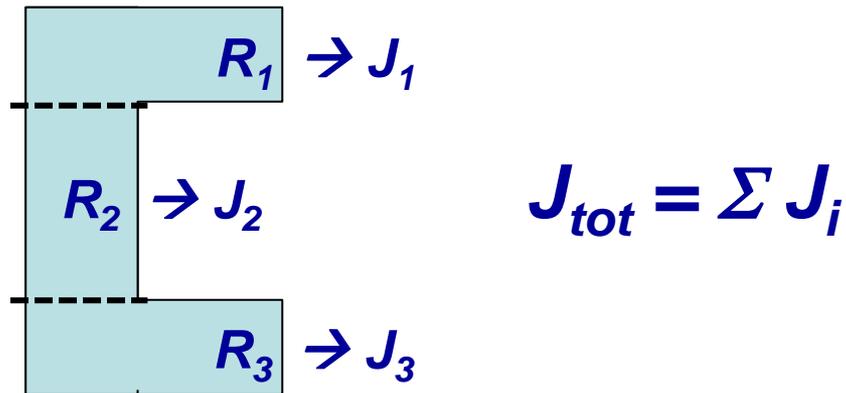
Il momento di inerzia torsionale è pari a:

$$J = k_2 \cdot a \cdot b^3$$

$$k_2 \cong \frac{1}{3 + 4.1 \cdot \sqrt{\beta^3}}$$

TORSIONE: sezioni composte da più rettangoli

In presenza di sezioni costituite da n rettangoli di spessore costante, il momento di inerzia torsionale totale J_{tot} si ottiene sommando i contributi calcolati per le singole parti J_i .



TORSIONE: sezione anulare

Per le sezioni ad anello di piccolo spessore vale la **formula di Bredt**.

In base alla analogia idrodinamica il flusso $q = \tau \cdot t$ è costante lungo l'intero perimetro della sezione.

Per l'equilibrio alla rotazione si ha:

$$T = \oint (\tau \cdot t \cdot r) ds$$

Ipotizzando che la tensione τ si mantenga costante sullo spessore:

$$T = \tau \cdot t \oint r ds = 2q \int_A dA = 2qA$$

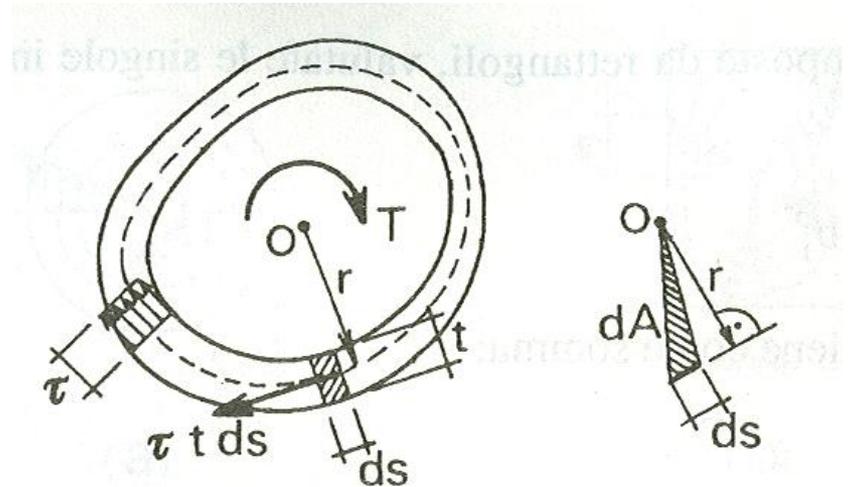
$$q = \tau \cdot t$$

(con t spessore della sezione anulare)

Da cui si ricava:

$$q = \frac{T}{2A}$$

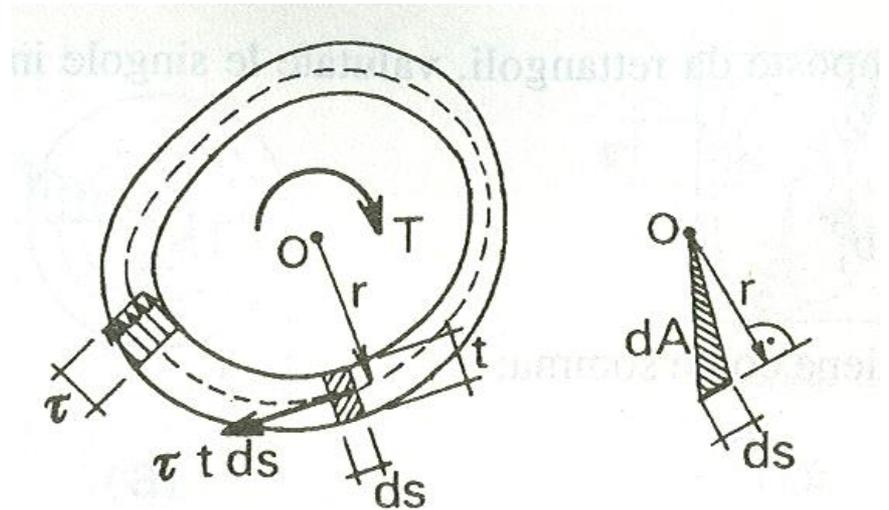
con A area racchiusa dalla linea media della sezione anulare.



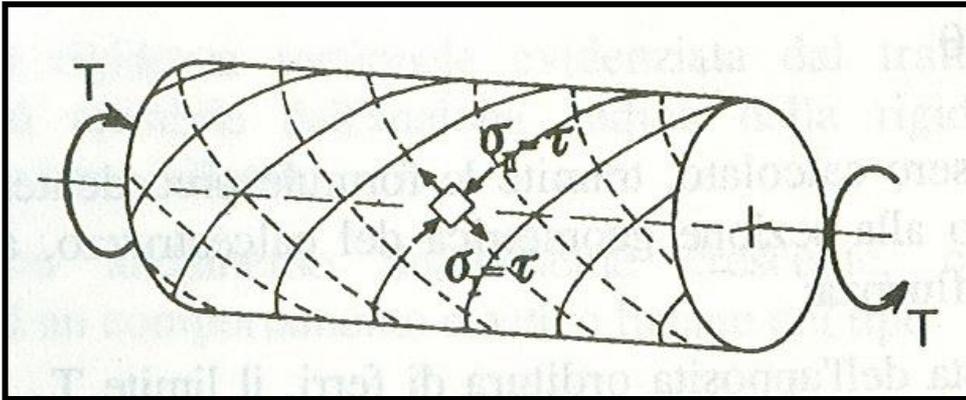
TORSIONE: sezione anulare

Il valore della tensione tangenziale τ_{max} secondo la formula di Bredt è valutato attraverso l'espressione:

$$\tau_{max} = \frac{T}{2 \cdot A \cdot t}$$

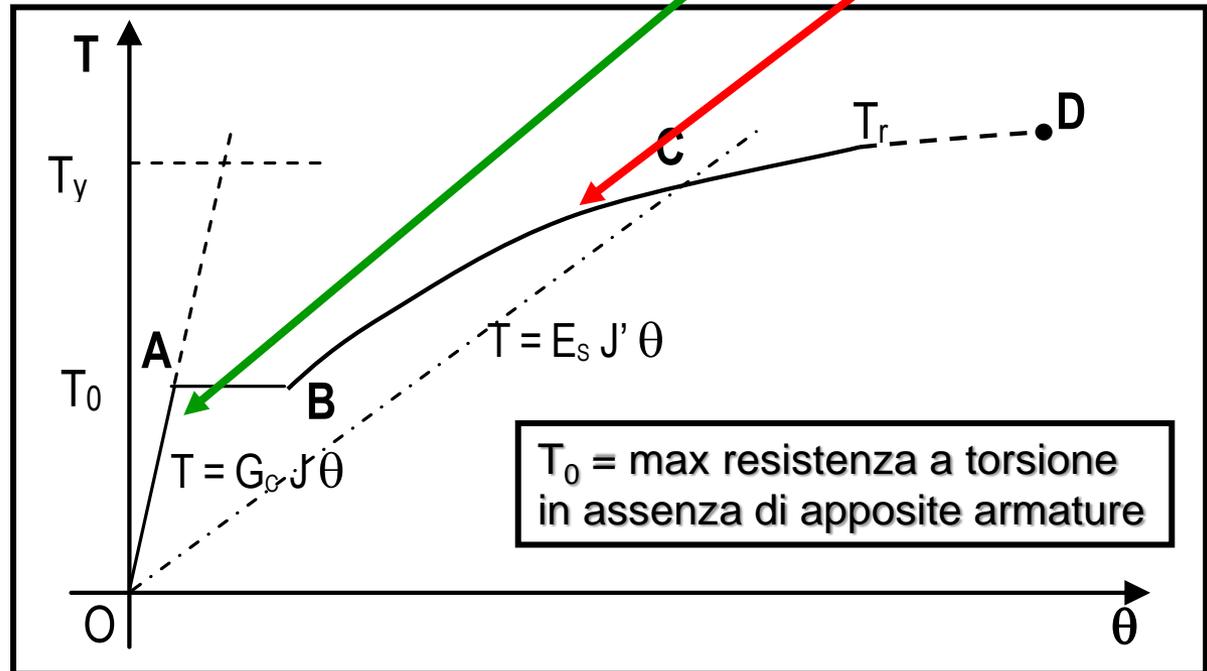


S.L.U. TORSIONE (Traliccio spaziale resistente)

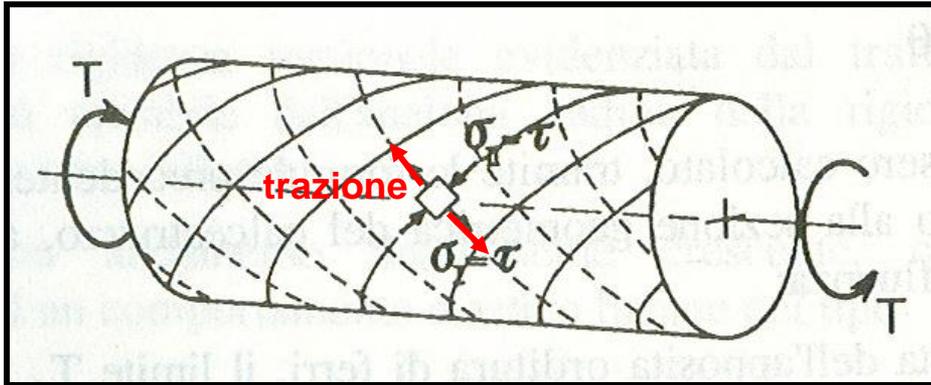


Le travi soggette a torsione mostrano un comportamento nettamente differente nei due stadi **non fessurato** e **fessurato**.

La caratteristica principale di tale comportamento è la forte riduzione della rigidezza torsionale che si verifica dopo la fessurazione, fino a diventare 1/4-1/5 del valore iniziale.

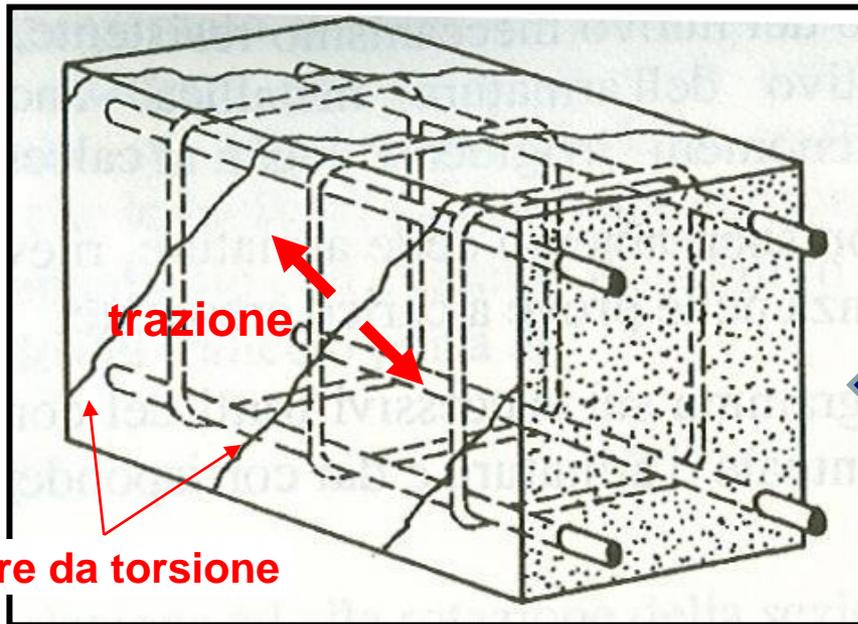


S.L.U. TORSIONE (Traliccio spaziale resistente)



Isostatiche di trazione e compressione in una trave sollecitata a torsione

(in presenza di sole tensioni tangenziali τ , i valori delle **tensioni principali di trazione σ_1** e compressione σ_2 coincidono (in modulo) con il valore della τ)



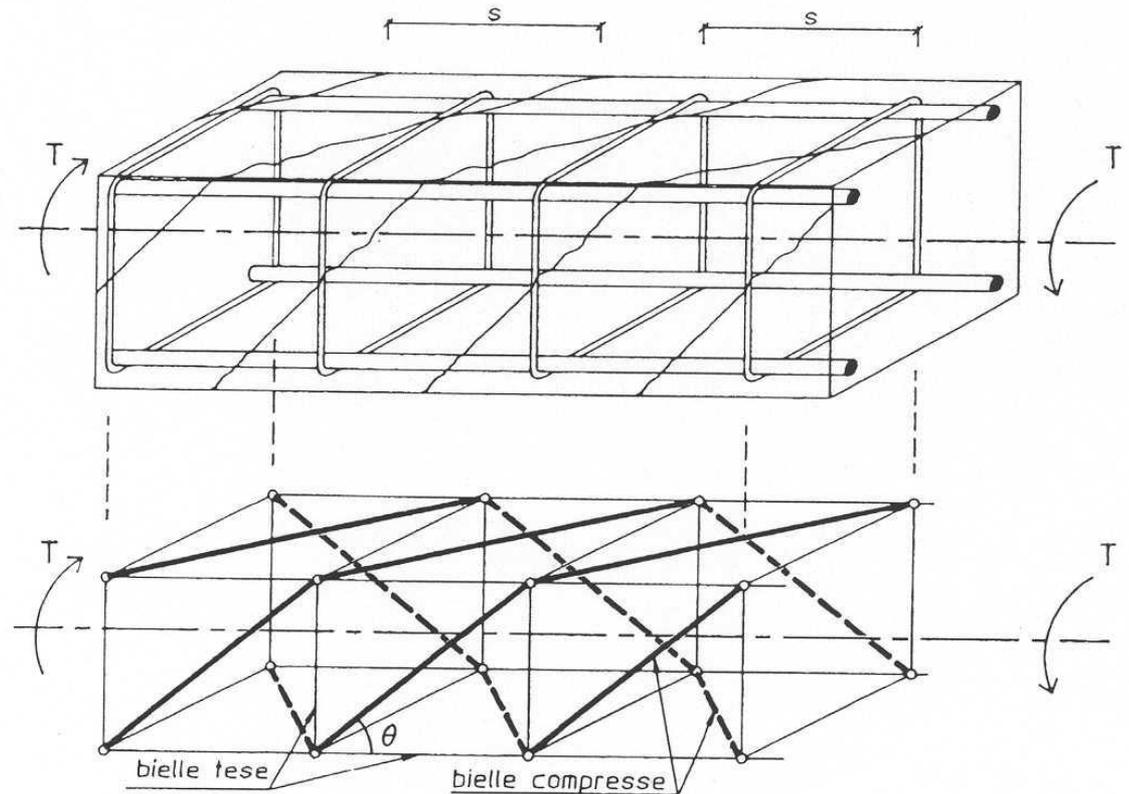
Andamento delle **fessurazioni** in una trave in c.a. (confrontare con l'andamento delle tensioni principali di trazione)

Fessure da torsione

S.L.U. TORSIONE (Traliccio spaziale resistente)

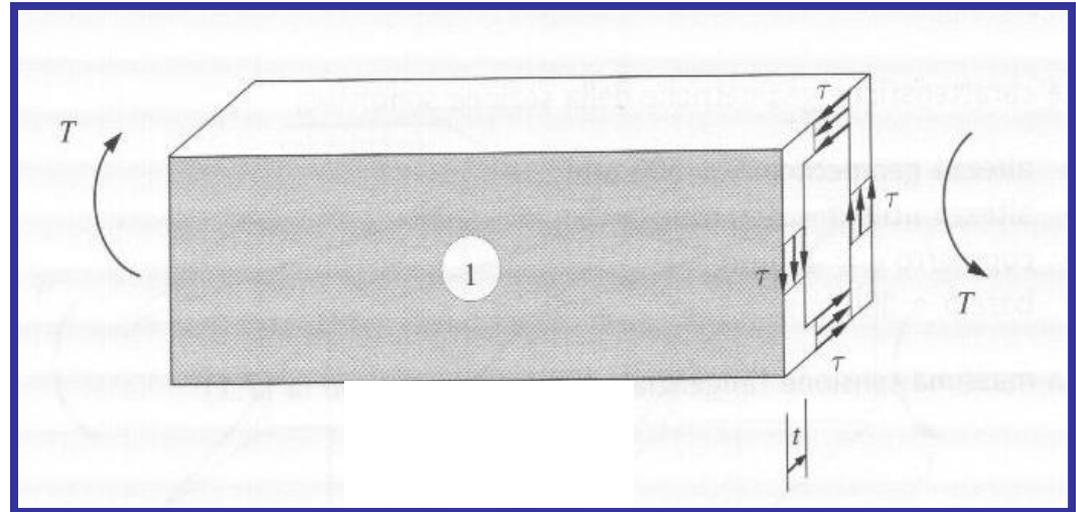
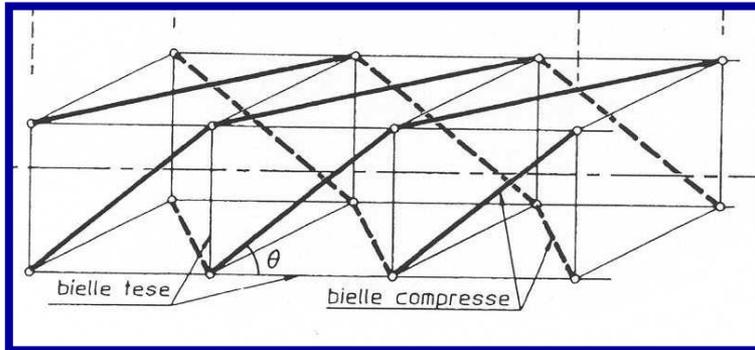
TRALICCIO SPAZIALE costituito da:

- **bielle di calcestruzzo compresso** inclinate di un angolo θ
- **bielle di acciaio teso** costituite dalle:
 - **armature longitudinali**
 - **staffe** (disposte ortogonalmente alla linea d'asse)



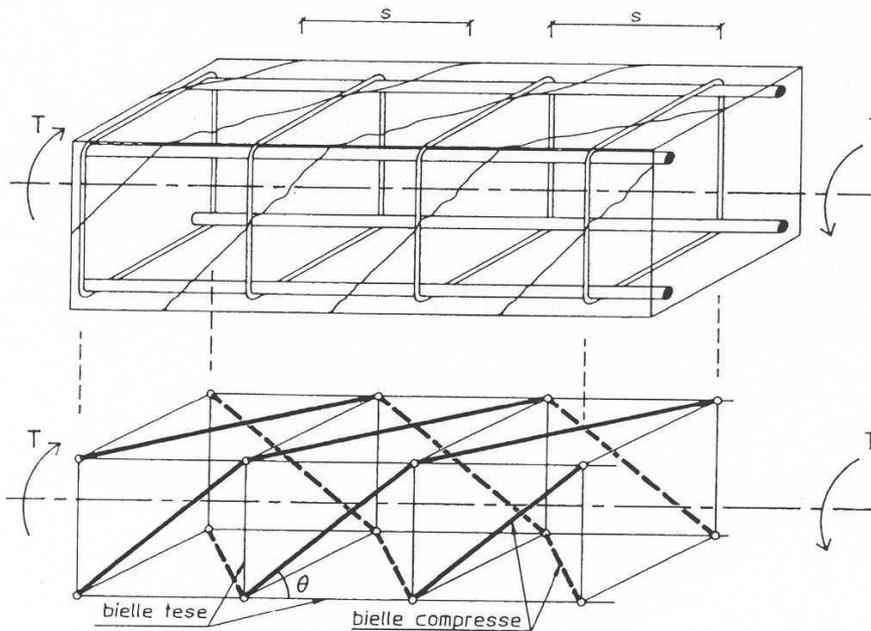
SCHEMATIZZAZIONE A TRALICCIO

S.L.U. TORSIONE (Traliccio spaziale resistente)



- Per la progettazione (e verifica) delle sezioni sottoposte a momento torcente si assume un **modello di calcolo con sezione cava a parete sottile di spessore t** .
- Le tensioni tangenziali sono ipotizzate costanti all'interno dello spessore della parete.
- L'angolo θ di inclinazione delle bielle di cls è considerato variabile, in funzione delle quantità di armatura longitudinale e trasversale (**modello a inclinazione variabile**)

S.L.U. TORSIONE (Traliccio spaziale resistente)



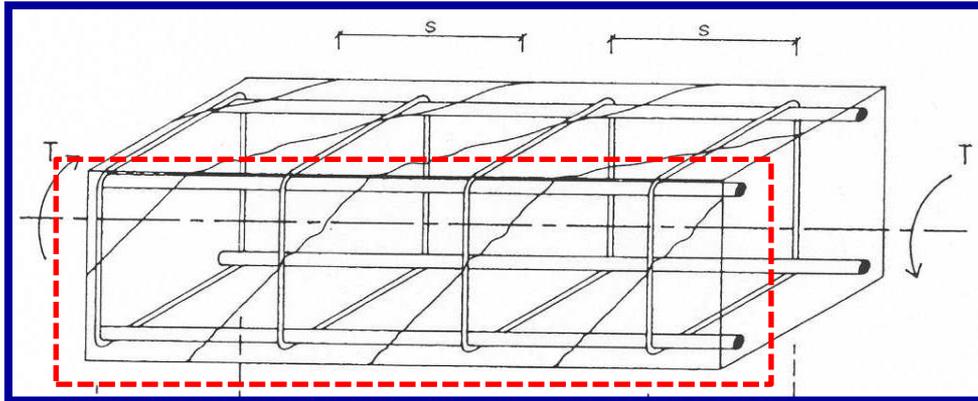
SCHEMATIZZAZIONE A TRALICCIO

Per la verifica a torsione vanno verificati tutti gli elementi del traliccio spaziale resistente.

Pertanto, è necessario valutare:

1. Sforzo nell'armatura longitudinale S_l ,
2. Sforzo nell'armatura trasversale S_s
3. Sforzo nel calcestruzzo compresso S_c

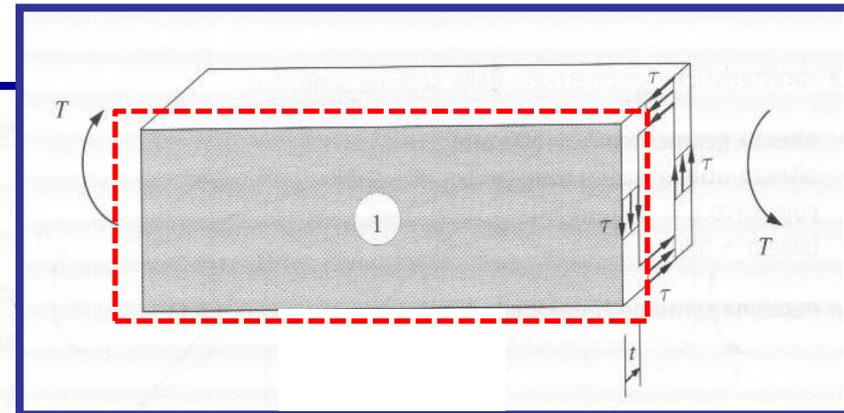
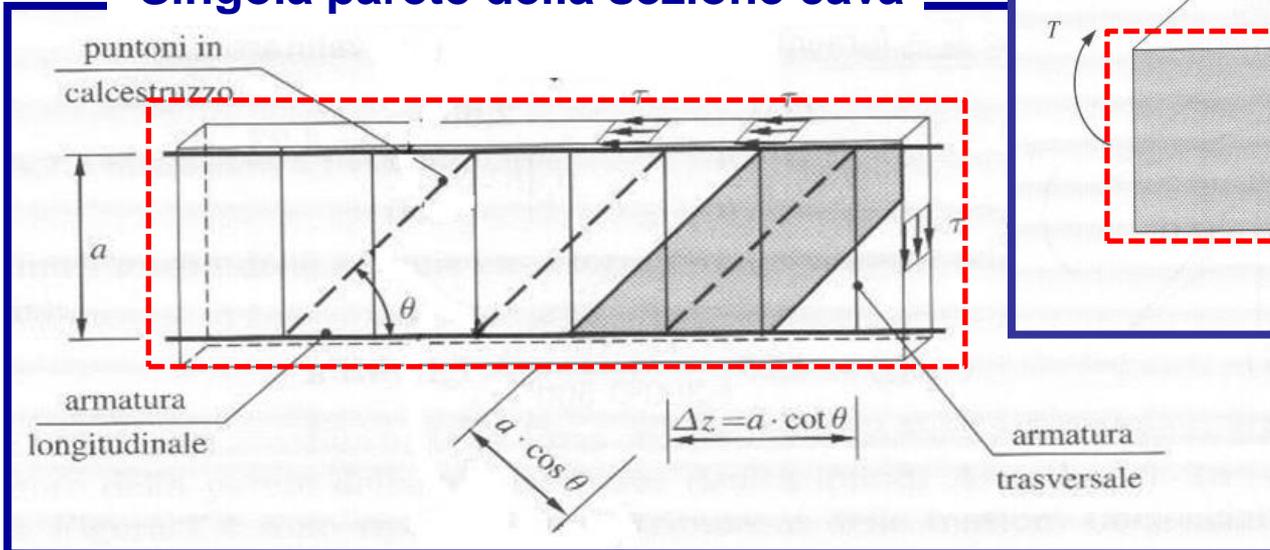
S.L.U. TORSIONE (Traliccio spaziale resistente)



Modello di calcolo per la valutazione degli sforzi nei **tre elementi del traliccio resistente:**

- 1. Armature longitudinali**
- 2. Armature trasversali**
- 3. Bielle compresse di CLS**

Singola parete della sezione cava



S.L.U. TORSIONE (Traliccio spaziale resistente)

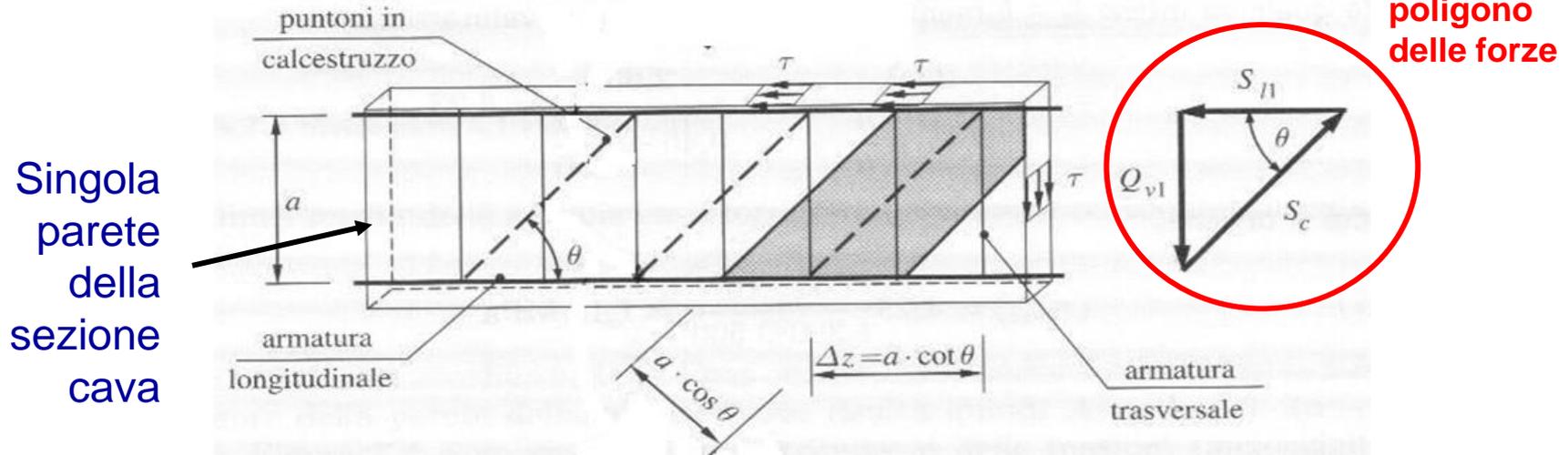
1. Valutazione dello sforzo nell'armatura longitudinale S_l (1/2)

Lo sforzo di scorrimento Q_{v1} sulla faccia verticale di lunghezza a e spessore t vale:

$$Q_{v1} = \tau \cdot t \cdot a$$

Le altre componenti del poligono delle forze sono:

- S_{l1} trazione nelle barre longitudinali nella singola parete
- S_c compressione nel puntone di cls inclinato dell'angolo θ

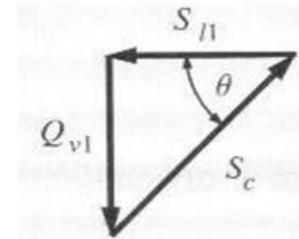


S.L.U. TORSIONE (Traliccio spaziale resistente)

1. Valutazione dello sforzo nell'armatura longitudinale S_l (2/2)

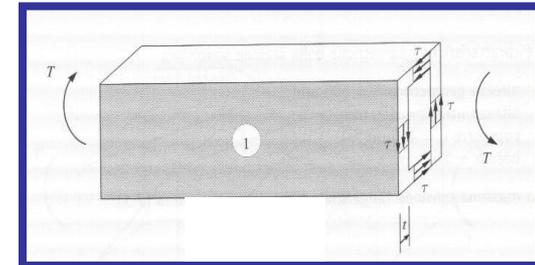
Lo sforzo di trazione nelle barre longitudinali in una singola parete vale:

$$S_{li} = Q_{v1} \cdot \cot \theta = \tau \cdot t \cdot a \cdot \cot \theta$$



Lo sforzo di trazione totale si ottiene sommando i contributi di ogni parete:

$$S_l = \sum_{i=1}^4 S_{li} = \cot \theta \cdot \sum_{i=1}^4 \tau \cdot t \cdot a_i$$



Definendo **perimetro medio p** il valore

$$p = \sum_{i=1}^4 a_i$$

e considerando la **formula di Bredt** ($\tau = T/2At$), si ha:

$$S_l = \tau \cdot t \cdot p \cdot \cot \theta = \frac{T}{2A} \cdot p \cdot \cot \theta$$

S.L.U. TORSIONE (Traliccio spaziale resistente)

1. Valutazione del Momento torcente resistente delle barre longitudinali

Uguagliando il max valore di trazione sopportabile dalle barre longitudinali presenti S_{ld} (capacità) con lo sforzo S_I indotto dall'azione torcente (domanda) si ottiene il valore del momento torcente T_{Rld} che produce la crisi dell'armatura longitudinale:

$$S_{ld} = S_I \Rightarrow S_{ld} = f_{yd} \cdot A_{sl} = \frac{T_{Rld}}{2 \cdot A} \cdot p \cdot \cot \theta$$

$$T_{Rld} = f_{yd} \cdot A_{sl} \cdot \frac{2 \cdot A}{p} \cdot \frac{1}{\cot \theta}$$

**Momento torcente resistente
delle barre longitudinali**

S.L.U. TORSIONE (Traliccio spaziale resistente)

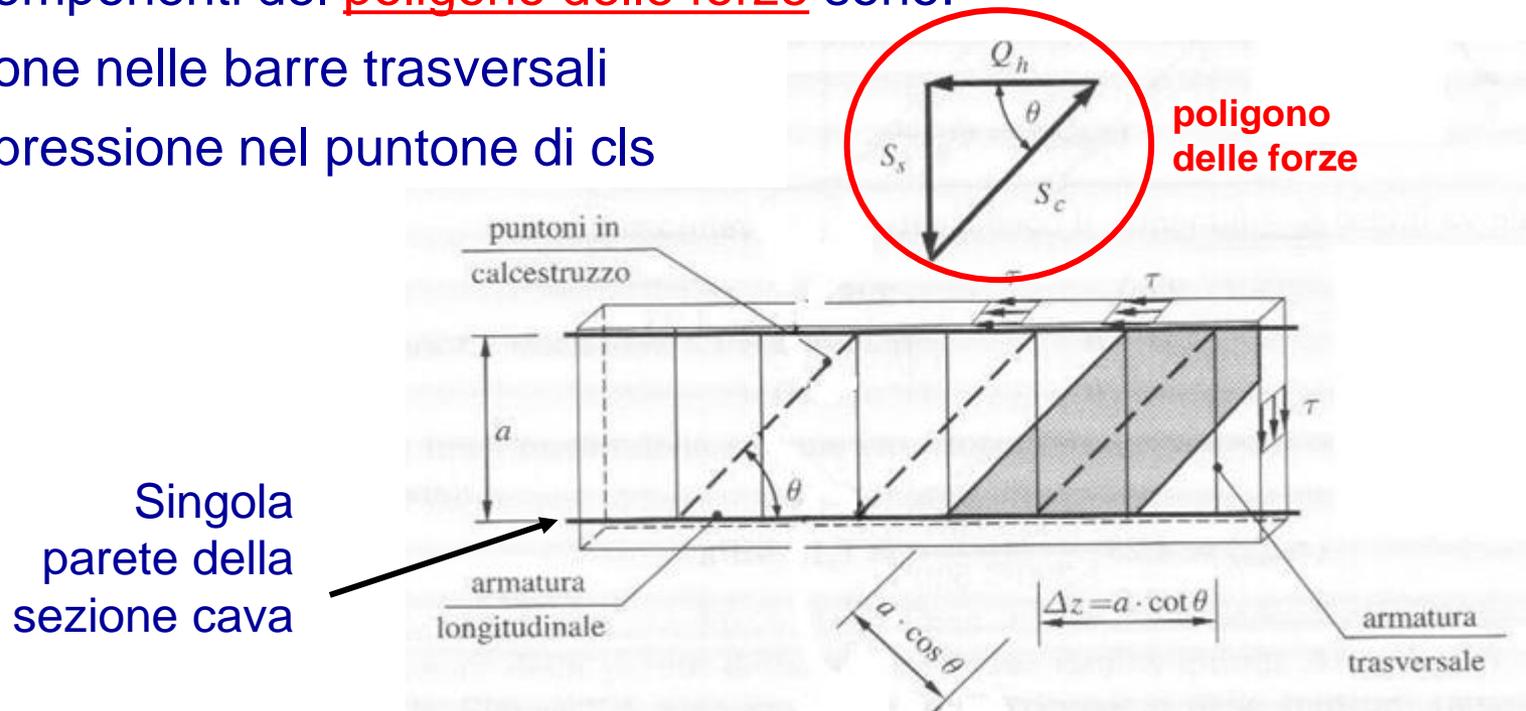
2. Valutazione dello sforzo nell'armatura trasversale S_s

Lo sforzo di scorrimento Q_h sulla **faccia orizzontale** vale:

$$Q_h = \tau \cdot t \cdot \Delta z$$

Le altre componenti del **poligono delle forze** sono:

- S_s trazione nelle barre trasversali
- S_c compressione nel puntone di cls

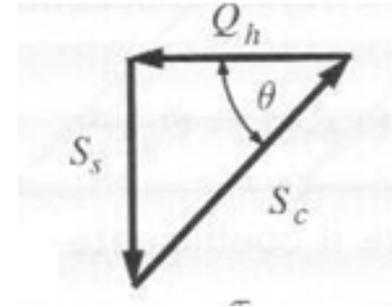


S.L.U. TORSIONE (Traliccio spaziale resistente)

2. Valutazione del Momento torcente resistente delle armature trasversali

Lo sforzo di trazione S_s nelle armature trasversali è valutato attraverso:

$$S_s = Q_h \cdot \operatorname{tg}\theta = \tau \cdot t \cdot \Delta z \cdot \operatorname{tg}\theta = \frac{T}{2A} \cdot \Delta z \cdot \operatorname{tg}\theta$$



Uguagliando il massimo valore di trazione delle barre S_{sd} con lo sforzo S_s indotto dall'azione torcente si ottiene il valore del momento torcente T_{Rsd} che produce la crisi dell'armatura trasversale:

$$S_{sd} = f_{yd} \cdot \frac{A_s \cdot \Delta z}{s} = \frac{T_{Rsd}}{2 \cdot A} \cdot \Delta z \cdot \operatorname{tg}\theta \longrightarrow T_{Rsd} = f_{yd} \cdot A \cdot \frac{2 \cdot A_s}{s} \cdot \cot\theta$$

($A_s \cdot \Delta z / s$ è l'area di armatura trasversale presente nel tratto Δz , con s =passo delle staffe)

Momento torcente resistente delle armature trasversali

S.L.U. TORSIONE (Traliccio spaziale resistente)

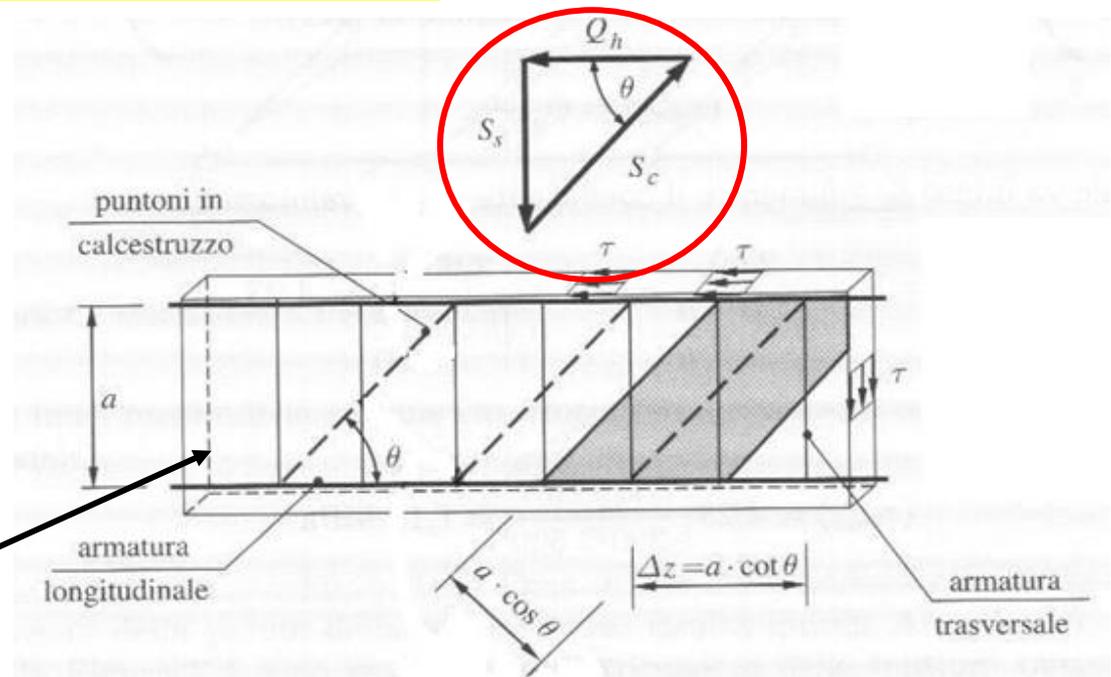
3. Valutazione dello sforzo di compressione delle bielle di cls S_c

La componente di compressione S_c del poligono di forze è pari a:

$$S_c = \frac{Q_h}{\cos\theta} = \frac{\tau \cdot t \cdot \Delta z}{\cos\theta} = \frac{\tau \cdot t \cdot a \cdot \cot\theta}{\cos\theta} =$$

$$= \frac{\tau \cdot t \cdot a}{\sin\theta} = \frac{T}{2A} \frac{a}{\sin\theta}$$

Singola parete
della sezione cava



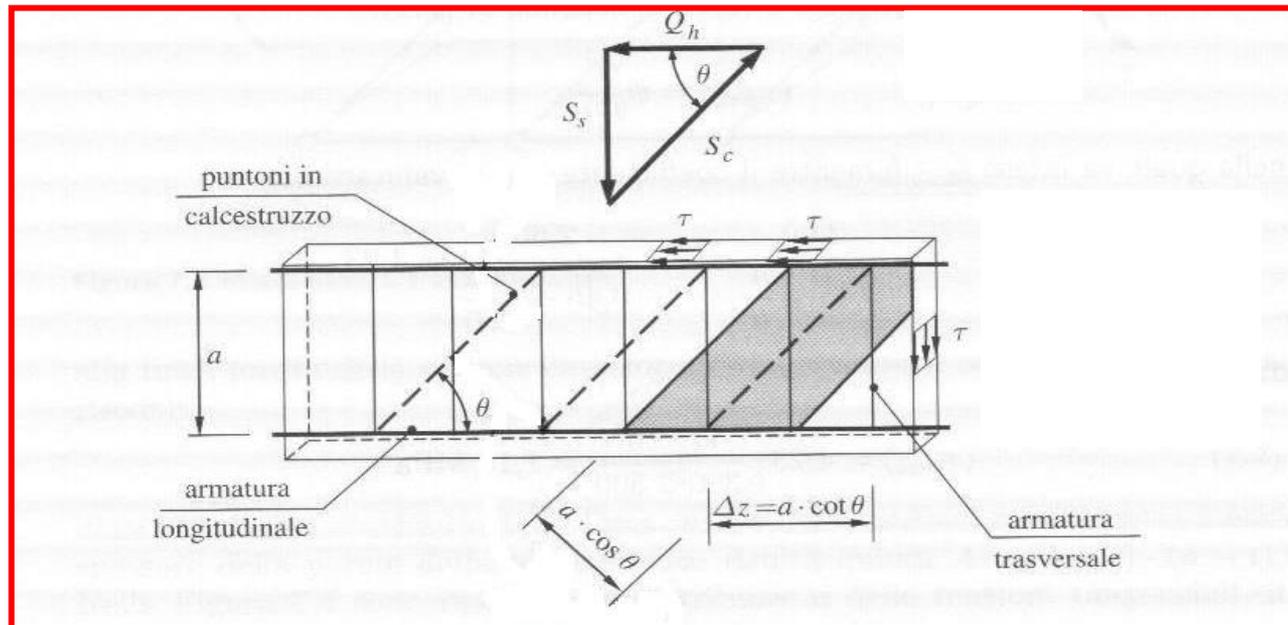
S.L.U. TORSIONE (Traliccio spaziale resistente)

3. Valutazione dello sforzo di compressione delle bielle di cls S_c

La **capacità** del puntone compresso è valutabile con l'espressione:

$$S_{cd} = \alpha_c v \cdot \sigma_{cd} \cdot t \cdot a \cdot \cos \theta$$

dove α_c tiene conto degli effetti dovuti alla presenza di un eventuale sforzo assiale e v della reale distribuzione delle tensioni nella sezione della biella



S.L.U. TORSIONE (Traliccio spaziale resistente)

3. Valutazione del Momento torcente resistente delle bielle di CLS

Uguagliando il massimo valore di compressione delle bielle di cls S_{cd} (capacità) con lo sforzo indotto dall'azione torcente S_c (domanda) si ottiene il valore del momento torcente T_{Rcd} che produce la crisi della biella compressa:

$$S_{cd} = \alpha_c \nu \cdot \sigma_{cd} \cdot t \cdot a \cdot \cos\theta = \frac{T_{Rcd}}{2A} \frac{a}{\sin\theta}$$

$$T_{Rcd} = 2 \cdot A \cdot \alpha_c \nu \cdot \sigma_{cd} \cdot t \cdot \cos\theta \cdot \sin\theta = 2 \cdot A \cdot \alpha_c \nu \cdot \sigma_{cd} \cdot t \cdot \frac{\cot\theta}{1 + \cot^2\theta}$$

Momento torcente resistente delle bielle compresse

La massima resistenza si ottiene per una inclinazione $\theta = 45^\circ$.

Verifica S.L.U. TORSIONE

La verifica dello SLU per sollecitazioni di torsione è soddisfatta se:

$$T_{Rd} \geq T_{Ed}$$

dove T_{Ed} è il valore di calcolo del momento torcente agente e T_{Rd} è il momento torcente resistente pari al minimo tra i valori della resistenza delle:

- bielle di cls compresse (T_{Rcd}),
- barre longitudinali (T_{Rld}),
- armature trasversali (T_{Rsd})

$$T_{Rd} = \min (T_{Rcd}, T_{Rld}, T_{Rsd})$$

Verifica S.L.U. TORSIONE (riepilogo)

La verifica dello SLU per sollecitazioni di torsione è soddisfatta se:

$$T_{Rd} \geq T_{Ed}$$

$$T_{Rd} = \min (T_{Rcd}, T_{Rld}, T_{Rsd})$$

$$T_{Rld} = f_{yd} \cdot A_{sl} \cdot \frac{2 \cdot A}{p} \cdot \frac{1}{\cot \theta}$$

Momento torcente resistente delle barre longitudinali

$$T_{Rsd} = f_{yd} \cdot A \cdot \frac{2 \cdot A_s}{s} \cdot \cot \theta$$

Momento torcente resistente delle armature trasversali

$$T_{Rcd} = 2 \cdot A \cdot \alpha_c \nu \cdot \sigma_{cd} \cdot t \cdot \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta}$$

Momento torcente resistente delle bielle compresse

S.L.U. TORSIONE (NTC2018)

Momento torcente resistente delle **bielle di calcestruzzo** (T_{Rcd})

La resistenza delle **bielle** si calcola attraverso la seguente espressione:

$$T_{Rcd} = 2 \cdot A \cdot t \cdot f'_{cd} \cdot \cot\theta / (1 + \cot^2 \theta)$$

A area racchiusa nel perimetro medio u_m

$t = A_c / u \geq 2c$ (per sezioni piene);

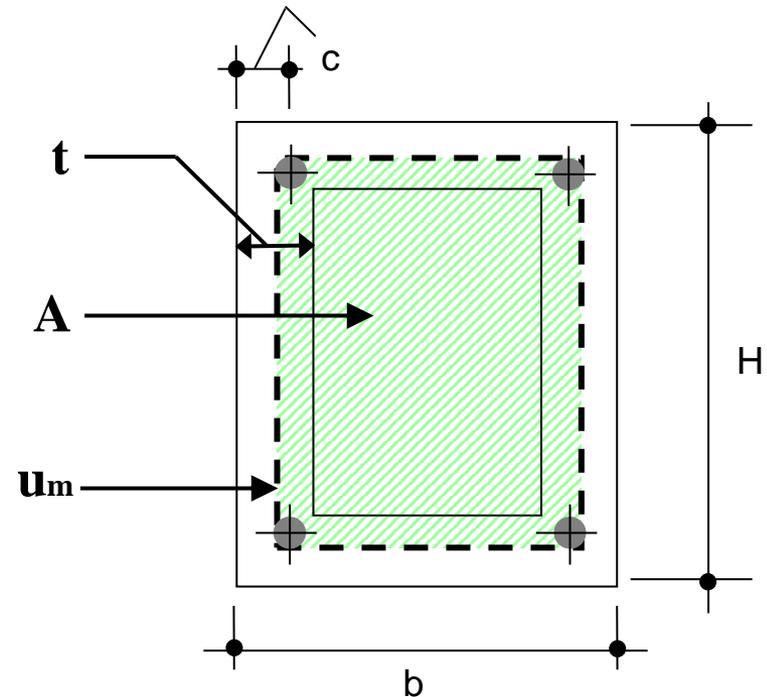
$A_c = b \times H$ area della sezione;

u perimetro della sezione;

A area racchiusa entro la fibra media del perimetro della sezione;

f'_{cd} f'_{cd} resistenza a compressione ridotta del calcestruzzo d'anima ($f'_{cd} = 0,5 \times f_{cd}$);

θ angolo di inclinazione delle bielle di cls con limitazione: $1 \leq \cot\theta \leq 2.5$



NOTA: la tensione del cls è ridotta perché le bielle sono presso-inflesse

S.L.U. TORSIONE (NTC2018)

Momento torcente resistente delle **armature trasversali e longitudinali** (T_{Rsd} , T_{Rld})

La resistenza delle **armature trasversali** si calcola attraverso la seguente espressione:

$$T_{Rsd} = 2 \cdot A \cdot \frac{A_s}{s} \cdot f_{yd} \cdot \cot\theta$$

La resistenza delle **armature longitudinali** si calcola attraverso la seguente espressione:

$$T_{Rld} = 2 \cdot A \cdot \frac{\sum A_l}{u_m} \cdot f_{yd} \cdot \frac{1}{\cot\theta}$$

A_s è l'area della staffa;

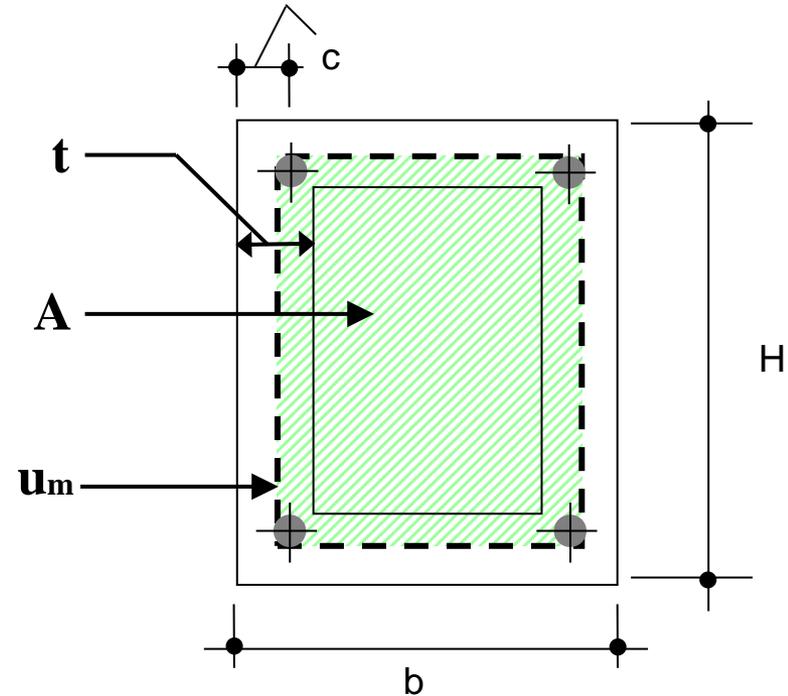
u_m è il perimetro medio del nucleo resistente,

s passo delle staffe;

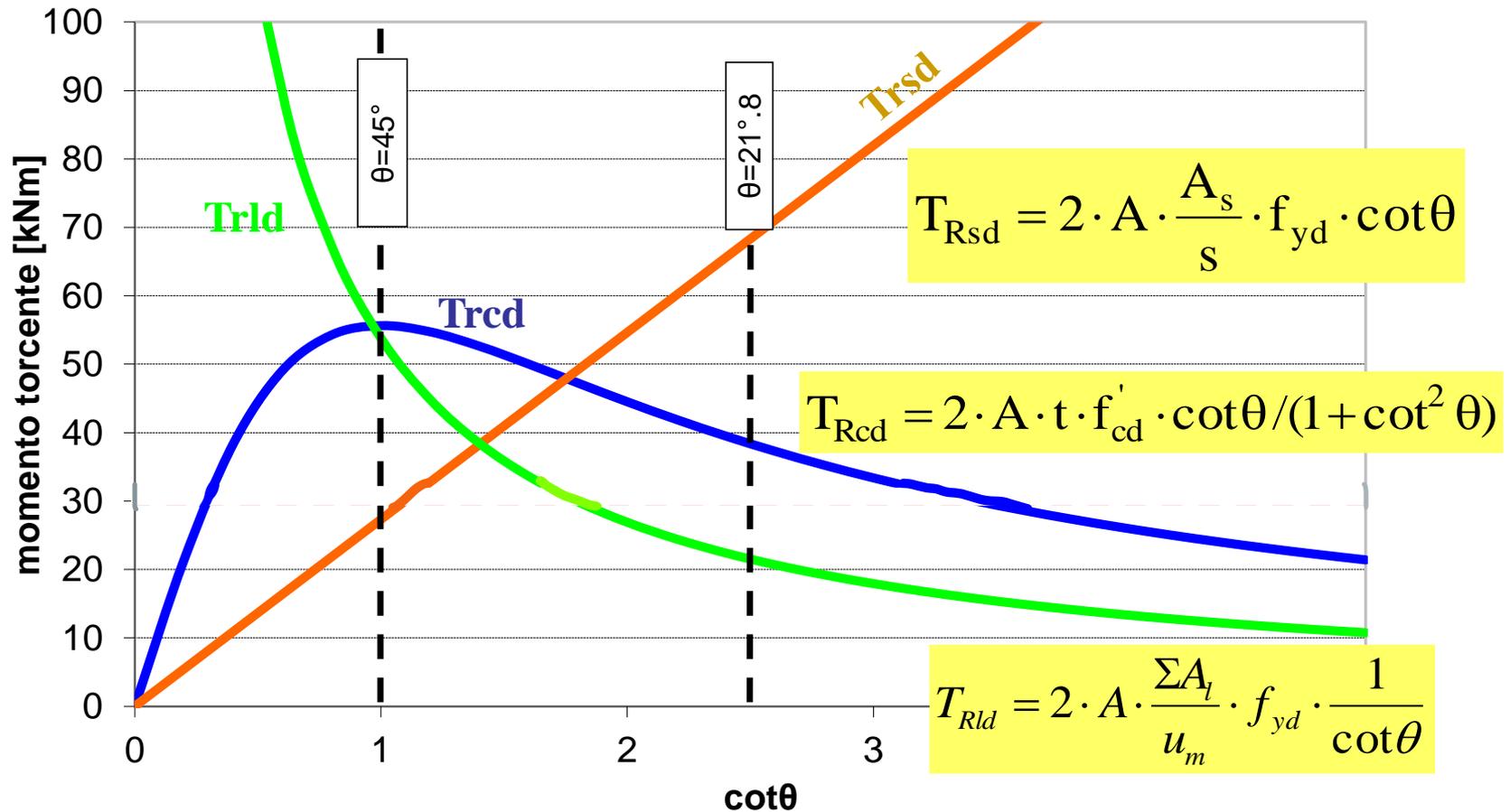
$\sum A_l$ area complessiva delle barre longitudinali;

A area racchiusa nel perimetro medio della sezione cava

θ angolo di inclinazione delle bielle di cls con la limitazione: $1 \leq \cot\theta \leq 2.5$



VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TORSIONE



VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TORSIONE

COMPORAMENTO A ROTTURA DELLE SEZIONI

Nelle sezioni in c.a. sottoposte a torsione sono possibili 3 diverse condizioni di verifica:

- **Snervamento simultaneo delle armature (staffe + barre longitudinali)**
- **Rottura delle bielle di cls e contemporaneo snervamento delle staffe**
- **Rottura delle bielle di cls e contemporaneo snervamento delle barre longitudinali**

VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TORSIONE

CASO 1: ROTTURA SIMULTANEA DELLE ARMATURE (STAFFE + BARRE)

Il valore $\cot\theta$ è determinato imponendo l'uguaglianza tra T_{Rsd} e T_{Rld}

$$T_{Rsd} = 2 \cdot A \cdot \frac{A_s}{s} \cdot f_{yd} \cdot \cot\theta = T_{Rld} = 2 \cdot A \cdot \frac{\sum A_l}{u_m} \cdot f_{yd} \cdot \frac{1}{\cot\theta}$$

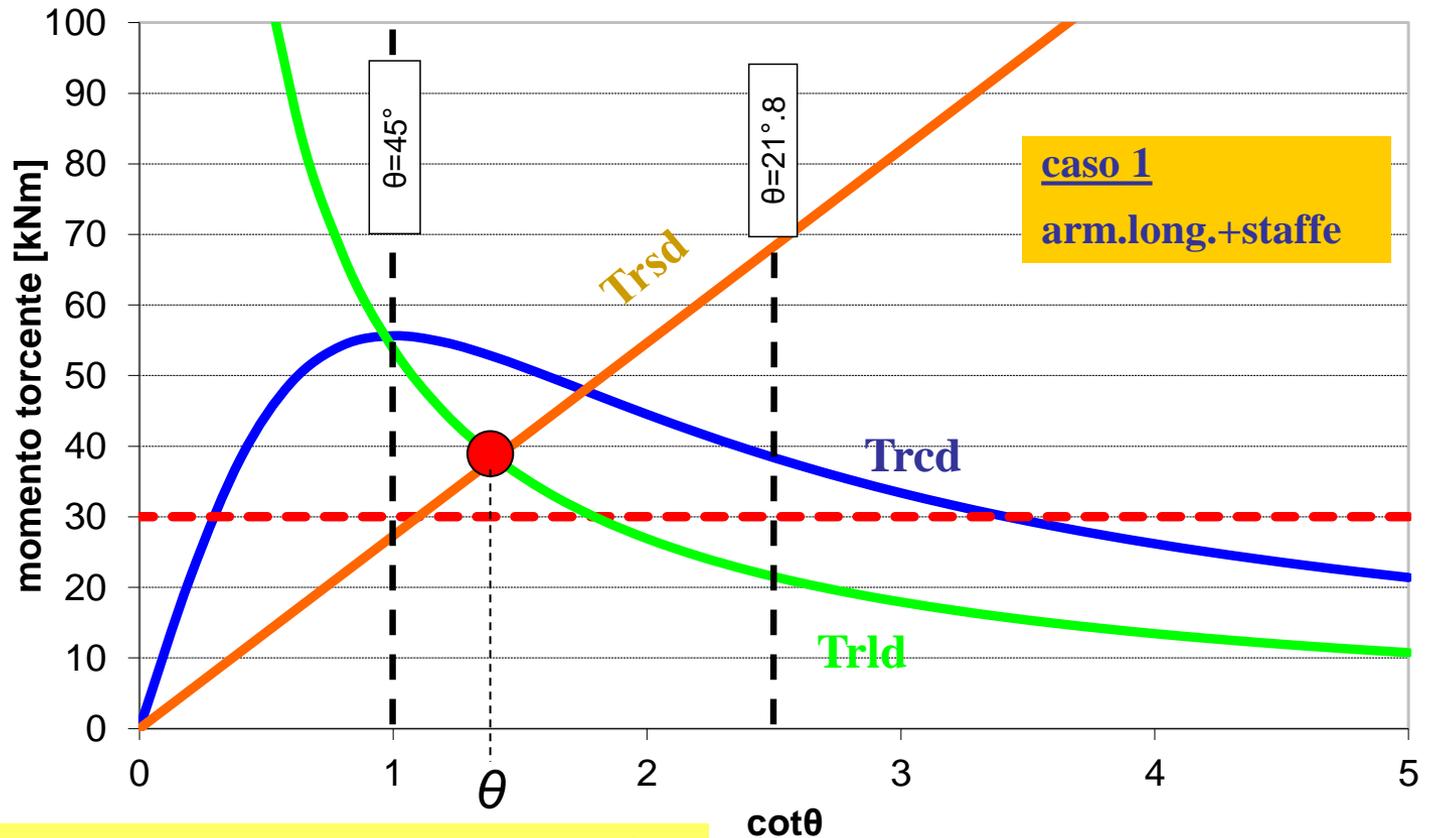
$$T_{Rld} = T_{Rsd} \Rightarrow \cot\theta = (a_l / a_s)^{1/2} \quad \text{dove} \quad a_l = \sum A_l / u_m \quad \text{e} \quad a_s = A_s / s$$

Se risulta che $1 \leq \cot\theta \leq 2.5$ e $T_{Rcd}(\cot\theta) \geq T_{Rld} = T_{Rsd}$

allora la **torsione resistente della sezione (T_{Rd})** è uguale alla torsione resistente delle staffe ovvero delle barre longitudinali ($T_{Rld} = T_{Rsd}$) (**caso1**)

$$T_{Rd} = T_{Rld} = T_{Rsd}$$

VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TORSIONE



$$T_{Rcd} = 2 \cdot A \cdot t \cdot f'_{cd} \cdot \cot\theta / (1 + \cot^2 \theta)$$

$$T_{Rld} = 2 \cdot A \cdot \frac{\sum A_l}{u_m} \cdot f_{yd} \cdot \frac{1}{\cot\theta}$$

--- **Tsd** = momento agente

$$T_{Rsd} = 2 \cdot A \cdot \frac{A_s}{s} \cdot f_{yd} \cdot \cot\theta$$

VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TORSIONE

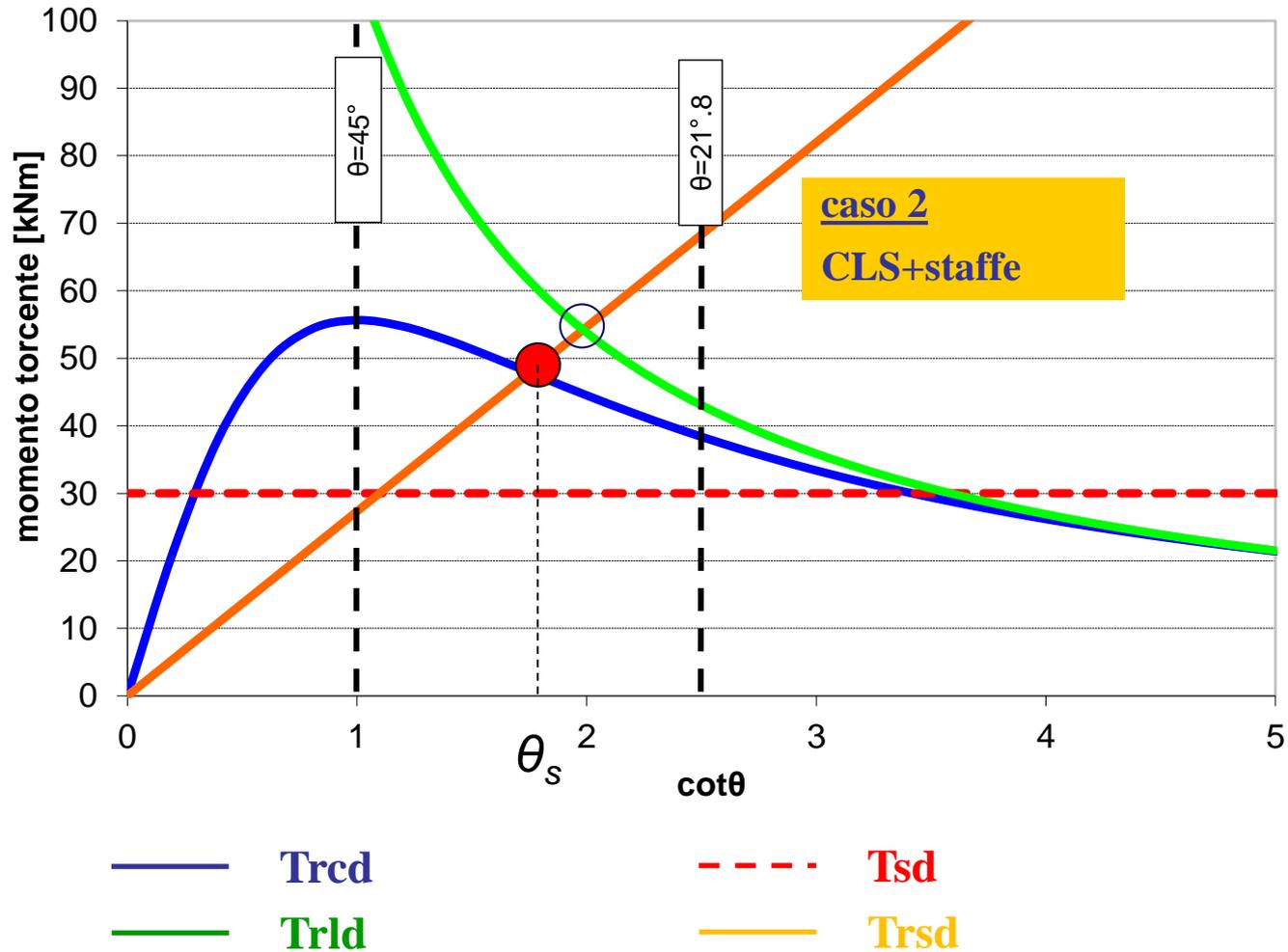
Se T_{Rcd} calcolato in corrispondenza del valore $\cot\theta$ è minore di T_{Rsd} allora la crisi avviene per:

CASO 2: ROTTURA DELLE BIELLE DI CLS E SNERVAMENTO DELLE STAFFE

Il valore $\cot\theta_s$ è determinato imponendo l'uguaglianza tra T_{Rsd} e T_{Rcd}

$$T_{Rcd} = T_{Rsd} \Rightarrow \cot\theta_s = \sqrt{\frac{t \cdot f'_{cd} \cdot s}{A_s \cdot f_{yd}} - 1}$$

VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TORSIONE



VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TORSIONE

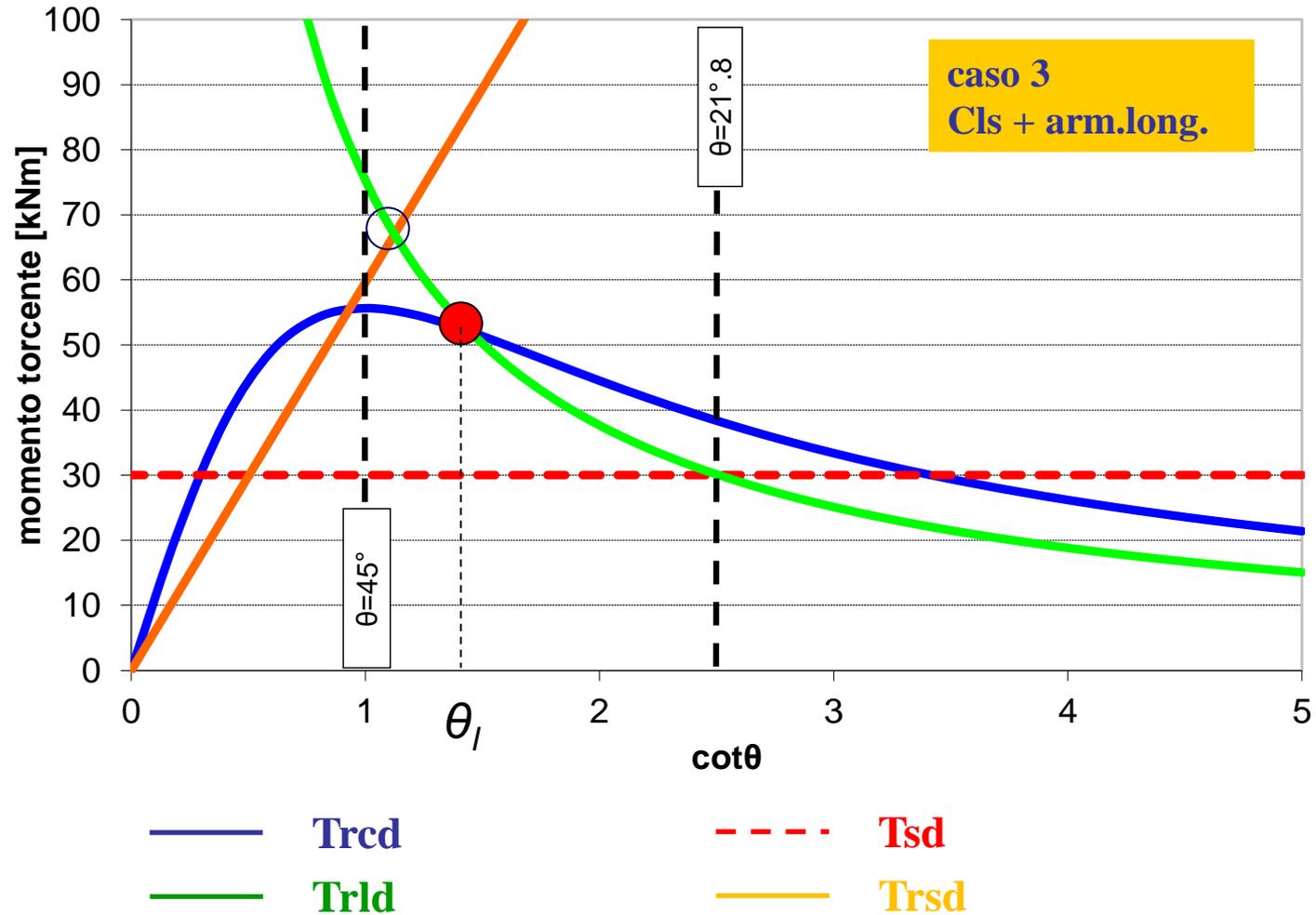
Se T_{Rcd} calcolato in corrispondenza del valore $\cot\theta$ è minore di T_{Rld} allora la crisi avviene per:

CASO 3: ROTTURA DELLE BIELLE DI CLS E SNERVAMENTO DELLE BARRE LONGITUDINALI

Il valore $\cot\theta_1$ è determinato imponendo l'uguaglianza tra T_{Rld} e T_{Rcd}

$$T_{Rcd} = T_{Rld} \Rightarrow \cot\theta_1 = \sqrt{\frac{\frac{\sum A_l \cdot f_{yd}}{u_m}}{t \cdot f'_{cd} - \frac{\sum A_l \cdot f_{yd}}{u_m}}}$$

VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TORSIONE



VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TORSIONE

Bisogna, quindi, determinare il valore della $\cot\theta$ per i casi di rottura 2 e 3 ($\cot\theta_s$; $\cot\theta_l$).

$$T_{Rcd} = T_{Rsd} \Rightarrow \cot\theta_s = \sqrt{\frac{t \cdot f'_{cd} \cdot s}{A_s \cdot f_{yd}} - 1}$$

Caso 2

$$T_{Rcd} = T_{Rld} \Rightarrow \cot\theta_l = \sqrt{\frac{\frac{\sum A_l \cdot f_{yd}}{u_m}}{t \cdot f'_{cd} - \frac{\sum A_l \cdot f_{yd}}{u_m}}}$$

Caso 3

La torsione resistente T_{Rd} è data dal valore più grande assunto in corrispondenza dei due valori di $\cot\theta$ secondo la seguente espressione:

$$T_{Rd} = \max \{ T_{Rcd}(\cot\theta_s); T_{Rcd}(\cot\theta_l) \}$$

VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TORSIONE

In considerazione del limite di norma sul valore di $\cot\theta$ si possono avere dei *sotto-casi* di verifica.

Se risulta $\cot\theta = (a_1 / a_s)^{1/2} > 2.5$ allora nella sezione si attinge la crisi simultanea delle bielle di cls e delle armature trasversali (CASO 2.1)

Il valore di $\cot\theta$ è determinato ponendo:

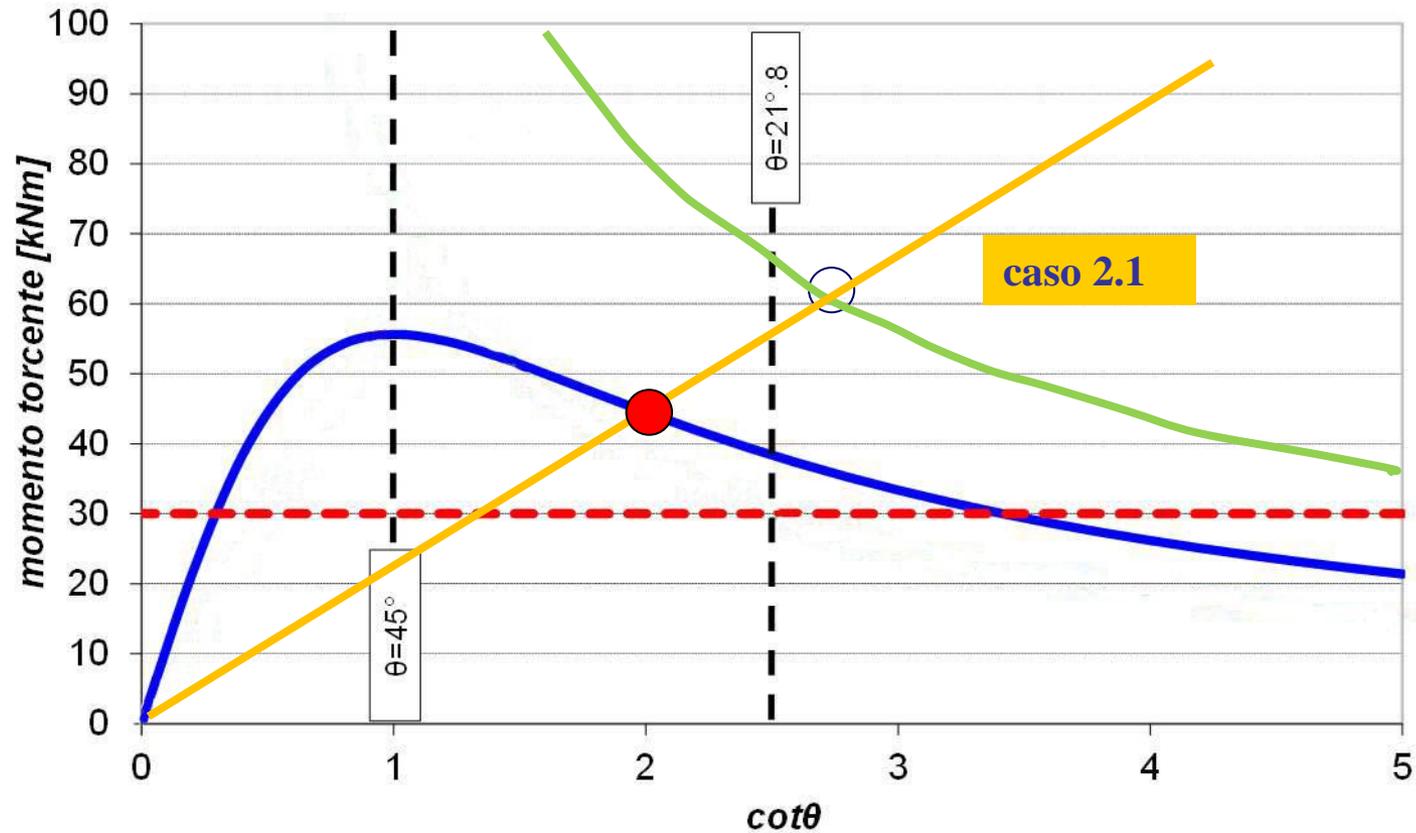
$$T_{Rcd} = T_{Rsd} \Rightarrow \cot\theta_s = \sqrt{\frac{t \cdot f'_{cd} \cdot s}{A_s \cdot f_{yd}} - 1}$$

Il valore del momento torcente resistente è dato da:

$$T_{Rcd} = 2 \cdot A \cdot t \cdot f'_{cd} \cdot \cot\theta_s / (1 + \cot^2 \theta_s) \quad \text{ovvero da:}$$

$$T_{Rsd} = 2 \cdot A \cdot \frac{A_s}{s} \cdot f_{yd} \cdot \cot\theta_s$$

VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TORSIONE



VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TORSIONE

Se risulta $\cot\theta = (a_l/a_s)^{1/2} < 1$ allora nella sezione si attinge la crisi simultanea delle bielle di cls e delle armature longitudinale **(CASO 3.1)**

Il valore di $\cot\theta$ è determinato ponendo:

$$T_{Rcd} = T_{Rld} \Rightarrow \cot\theta_1 = \sqrt{\frac{\frac{\sum A_1 \cdot f_{yd}}{u_m}}{t \cdot f'_{cd} - \frac{\sum A_1 \cdot f_{yd}}{u_m}}}$$

Il valore del momento torcente resistente è dato da:

$$T_{Rcd} = 2 \cdot A \cdot t \cdot f'_{cd} \cdot \cot\theta_1 / (1 + \cot^2 \theta_1)$$

ovvero da:

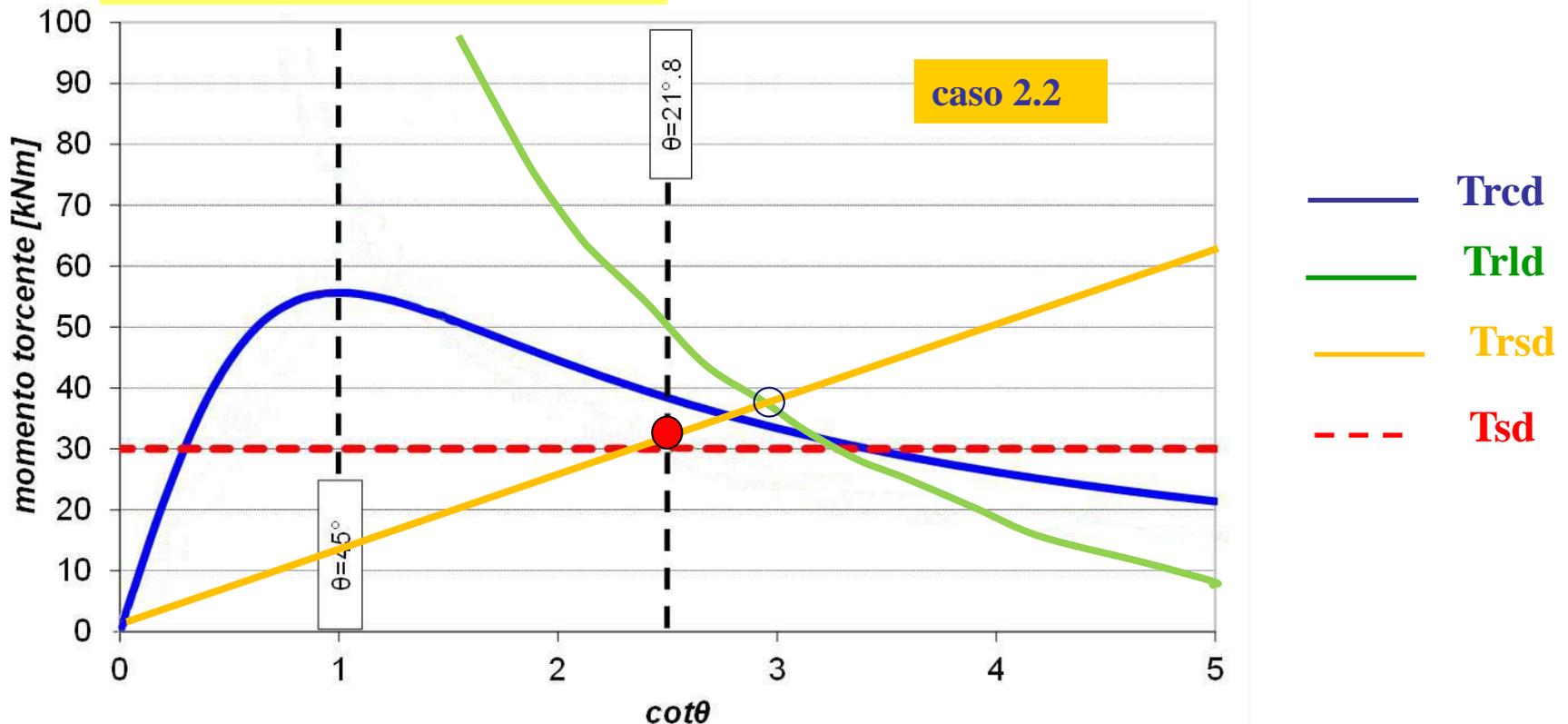
$$T_{Rld} = 2 \cdot A \cdot \frac{\sum A_1}{u_m} \cdot f_{yd} \cdot \frac{1}{\cot\theta_1}$$

VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TORSIONE

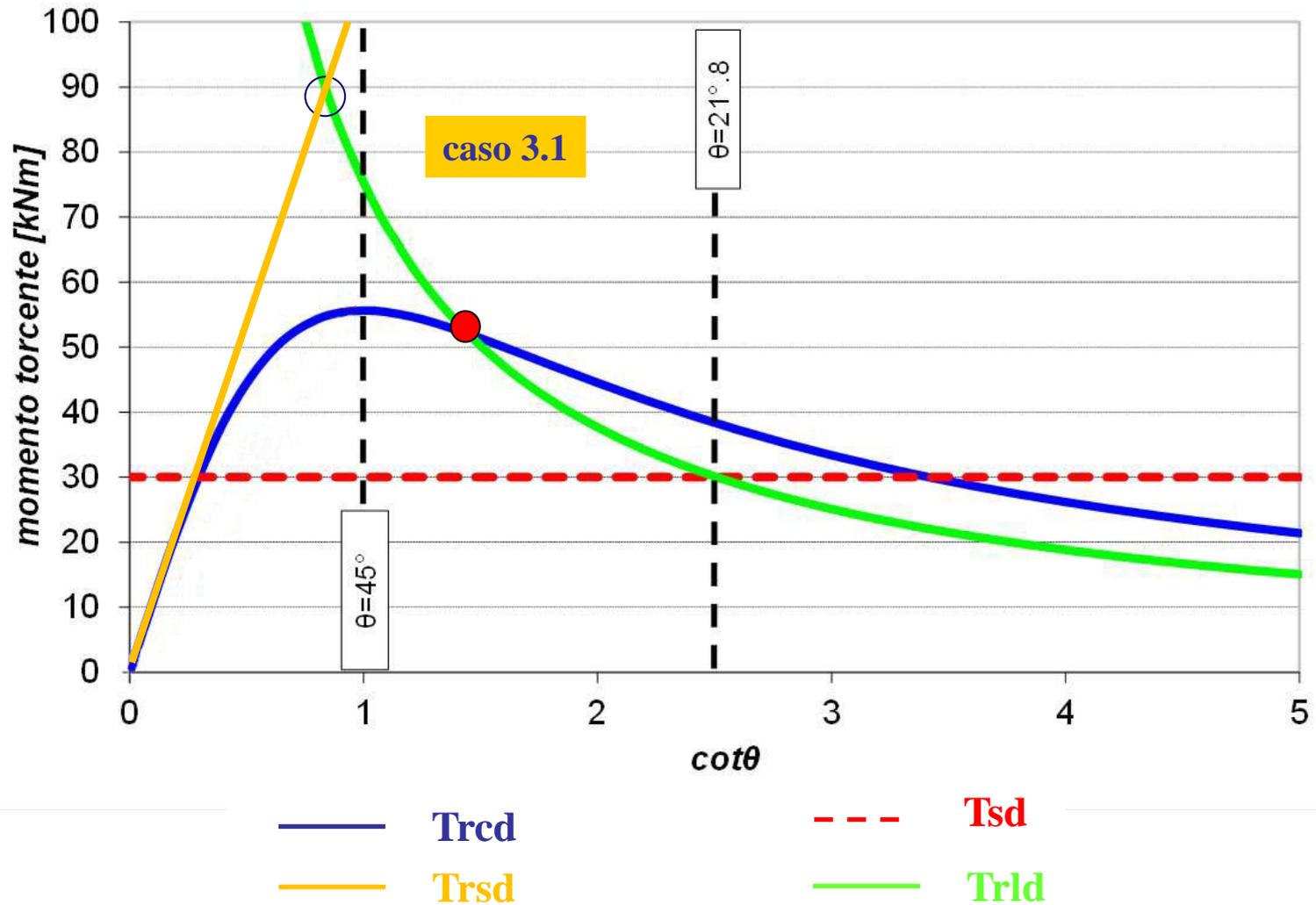
Se risulta $\cot\theta_s > 2.5$ allora siamo nel **CASO 2.2** e il momento torcente resistente è dato da:

$$T_{Rsd} = 2 \cdot A \cdot \frac{A_s}{s} \cdot f_{yd} \cdot \cot\theta_s$$

dove $\cot\theta_s = 2.5$



VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TORSIONE

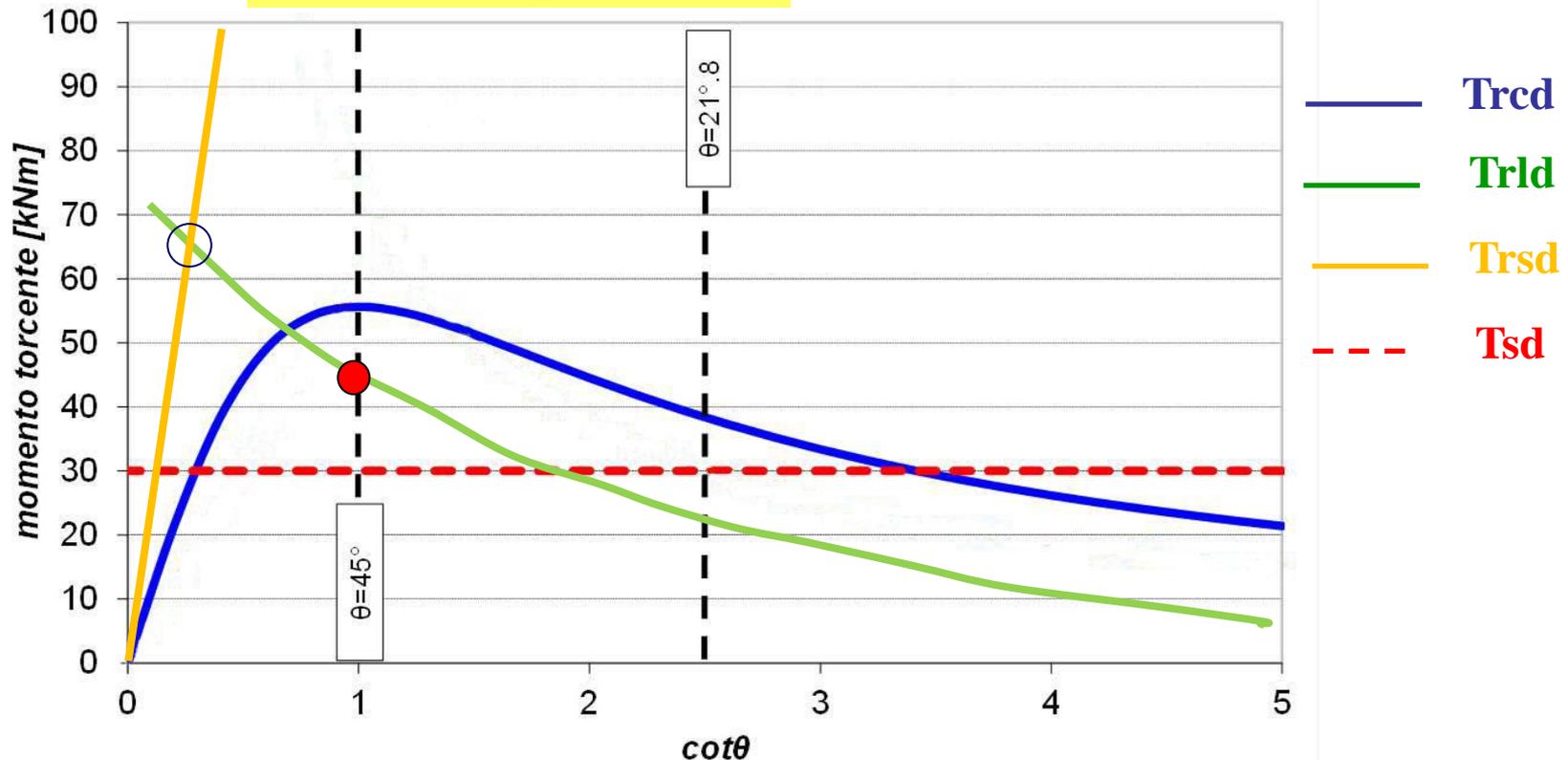


VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TORSIONE

Se risulta $\cot\theta_1 < 1$ allora siamo nel **CASO 3.2** e il momento torcente resistente è dato da:

$$T_{Rld} = 2 \cdot A \cdot \frac{\sum A_1}{u_m} \cdot f_{yd} \cdot \frac{1}{\cot\theta_1}$$

dove $\cot\theta_1 = 1$



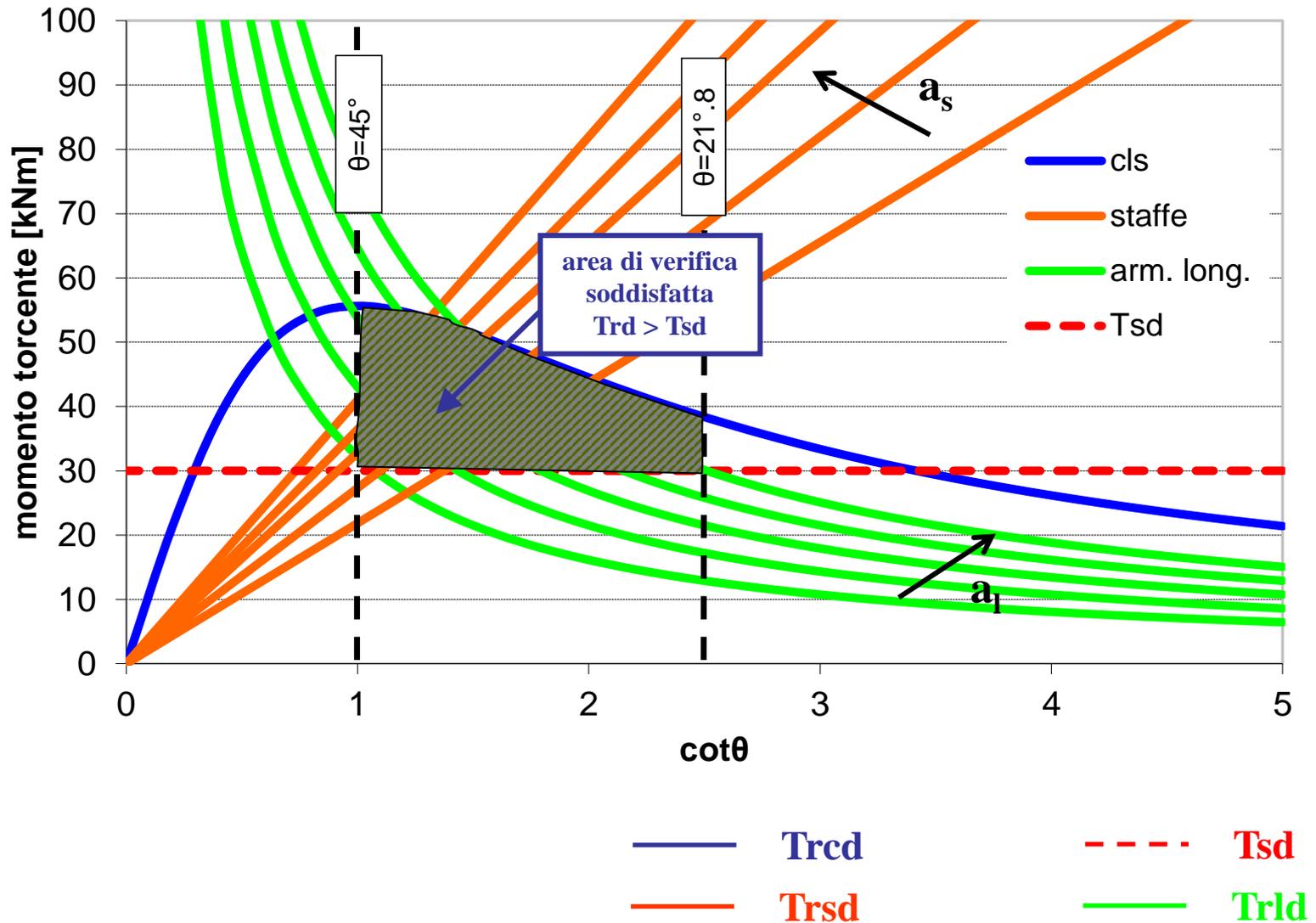
Metodo di Progetto/verifica grafico delle armature

Per il progetto/verifica dell'armatura resistente a torsione può essere realizzato un diagramma riportante la funzione della **torsione resistente del cls** (T_{Rcd}) e le funzioni della **torsione resistente delle barre longitudinali** (T_{Rld}) e **trasversali** (T_{Rsd}) per diversi valori del rapporto di armatura (a_s ; a_l) al variare del valore di **$\cot\theta$** .

Le soluzioni possibili sono tutti i punti di intersezione tra le funzioni T_{Rld} e T_{Rsd} che ricadono entro i valori **$\cot\theta = 1.0$** e **$\cot\theta = 2.5$** e delimitati dai punti della funzione **T_{Rcd}** e del valore della torsione agente **T_{Sd}**

ATTENZIONE: Se il valore della torsione agente T_{Sd} risulta essere maggiore del valore massimo della torsione resistente del cls T_{Rcd} (valutato per $\cot\theta = 1$) bisogna necessariamente definire una nuova geometria della sezione di cls ovvero utilizzare un cls di resistenza maggiore

VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TORSIONE



S.L.U. SOLLECITAZIONI COMPOSTE (NTC2018)

TORSIONE, FLESSIONE E SFORZO NORMALE

Le armature longitudinali calcolate con le regole richieste per garantire la resistenza richiesta nei riguardi della sollecitazione **torcente** devono essere **aggiunte** a quelle calcolate nei riguardi delle verifiche per **flessione**.

Si applicano inoltre le seguenti regole:

- nella zona tesa all'armatura longitudinale richiesta dalla sollecitazione di flessione e sforzo normale, deve essere aggiunta l'armatura richiesta dalla torsione;
- nella zona compressa, se la tensione di trazione dovuta alla torsione è minore della tensione di compressione nel calcestruzzo dovuta alla flessione e allo sforzo normale, non è necessaria armatura longitudinale aggiuntiva per torsione.

S.L.U. SOLLECITAZIONI COMPOSTE (NTC2018)

TORSIONE E TAGLIO

Per quanto riguarda la crisi lato calcestruzzo, la resistenza massima di una membratura soggetta a torsione e taglio è limitata dalla resistenza delle bielle compresse di calcestruzzo. La verifica è soddisfatta se risulta:

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rcd}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rcd}} \leq 1$$

ATTENZIONE:

Per l'angolo θ delle bielle compresse di conglomerato cementizio deve essere assunto un unico valore per le due verifiche di taglio e torsione.