



**UNIVERSITA' DEGLI STUDI DELLA BASILICATA**  
**Scuola di Ingegneria**



**Corso di**  
***TECNICA DELLE COSTRUZIONI***

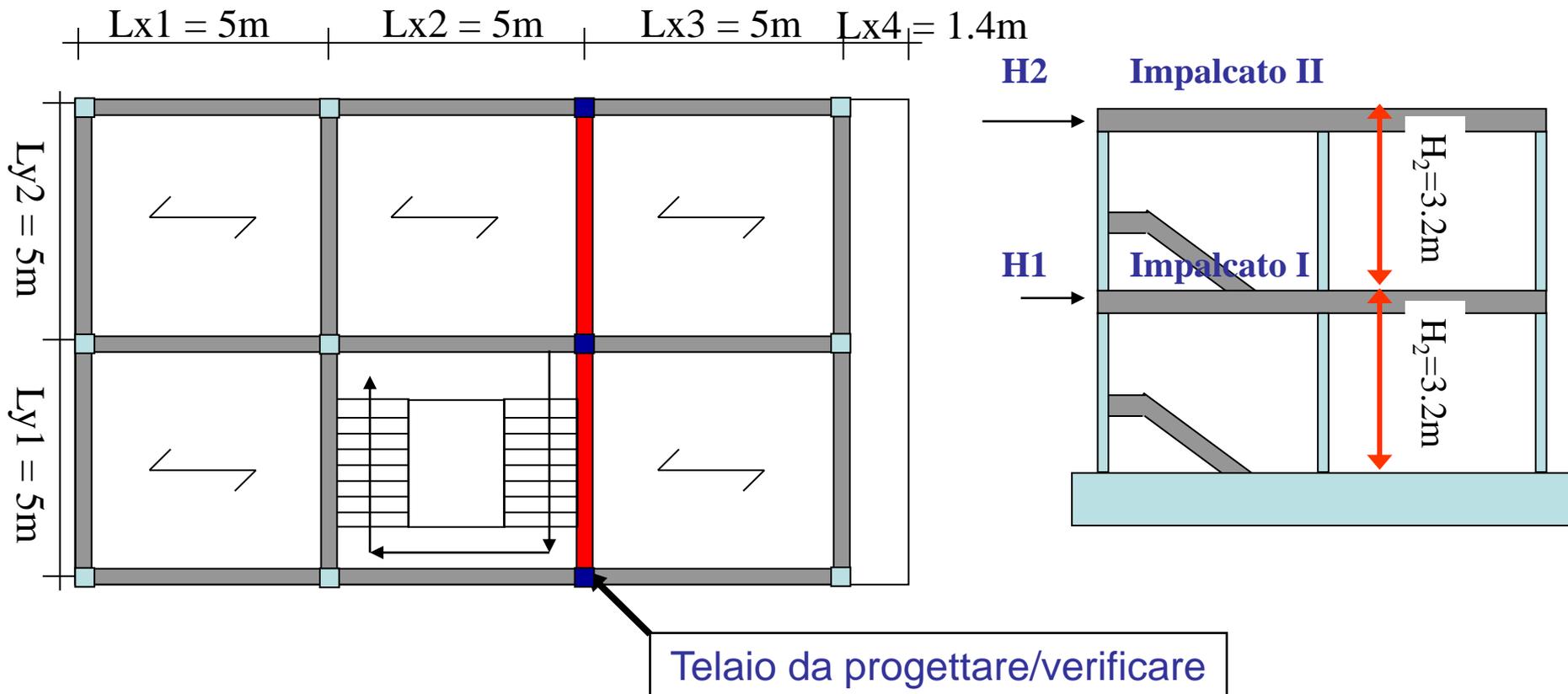
**PROGETTO E VERIFICA DI UN**  
**TELAIO IN C.A.**

**Docente:**  
**Prof. Ing. Angelo MASI**

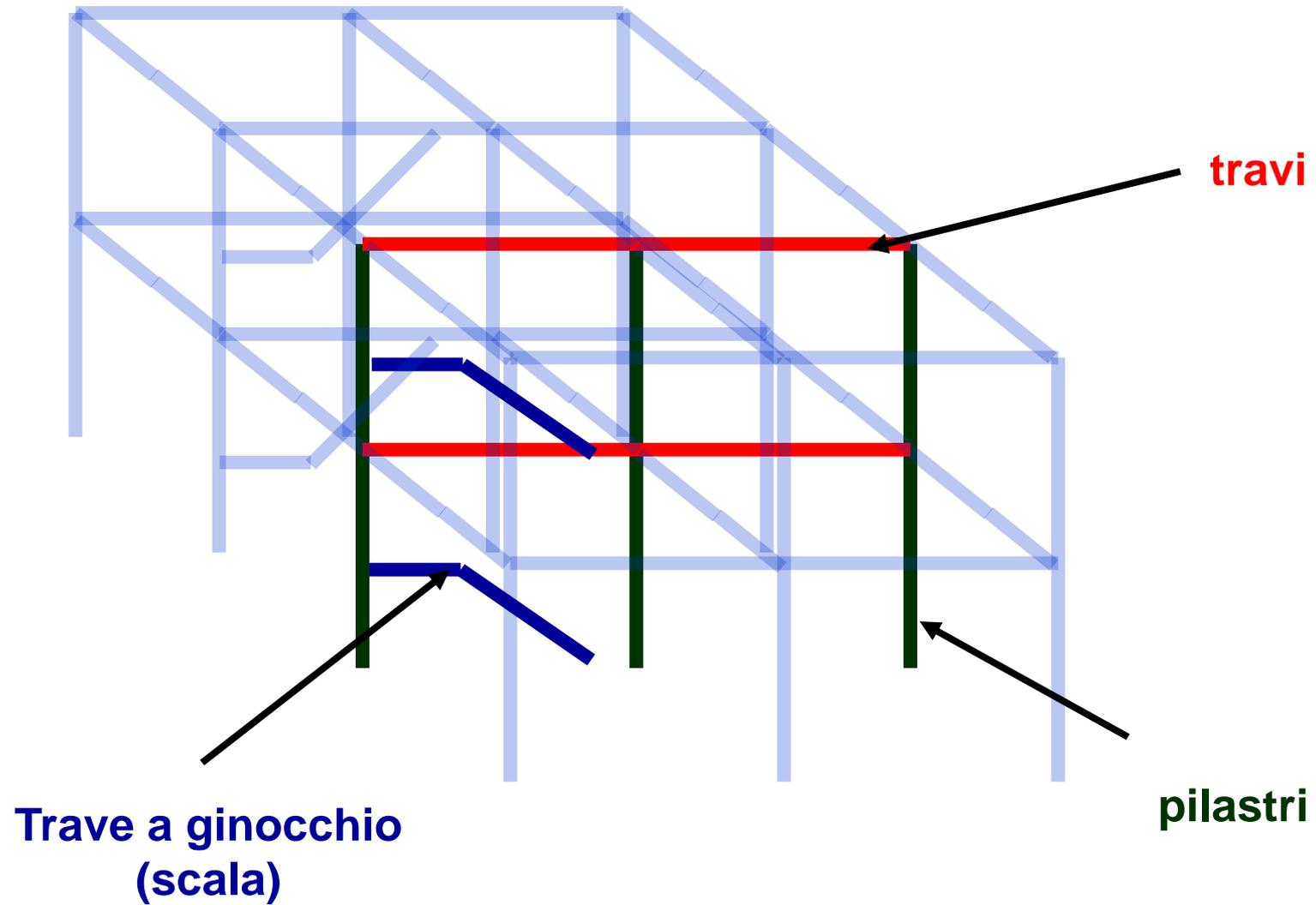
**Collaboratori:**  
**Ing. Vincenzo MANFREDI**  
**Ing. Giuseppe VENTURA**

# Progetto di un telaio in c.a.

Progetto e verifica di un **telaio piano in c.a.** di due livelli sottoposto a carichi verticali ed azioni orizzontali. Il primo livello è destinato ad **abitazione**, il secondo livello è un **terrazzo praticabile**



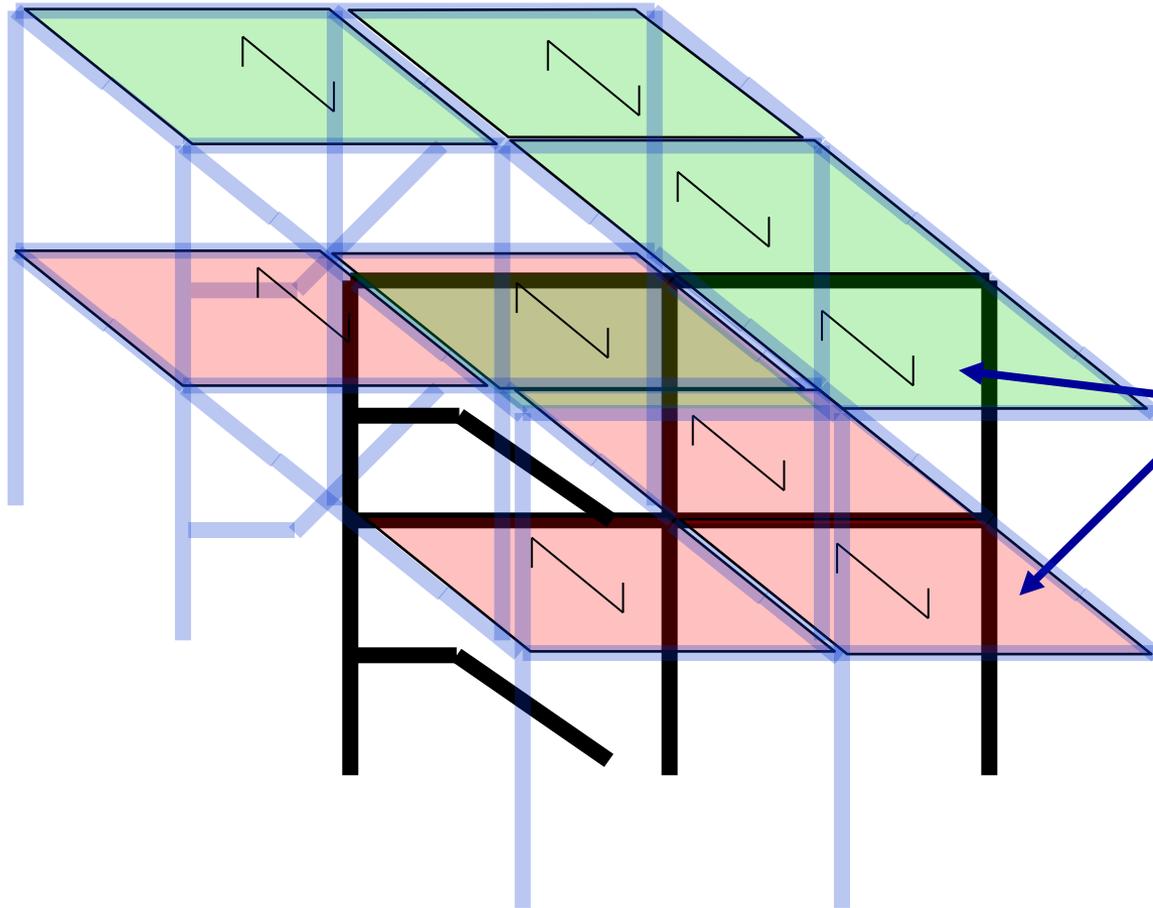
# Schema resistente del telaio



# Schema dei carichi sul telaio

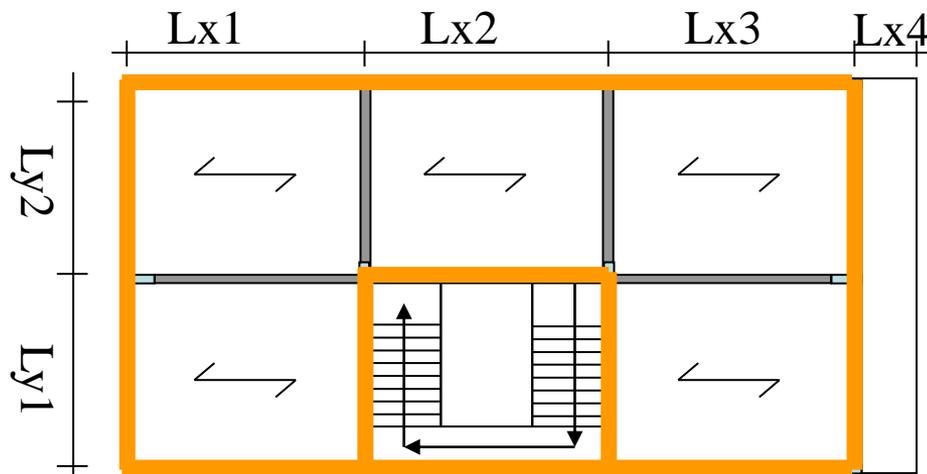
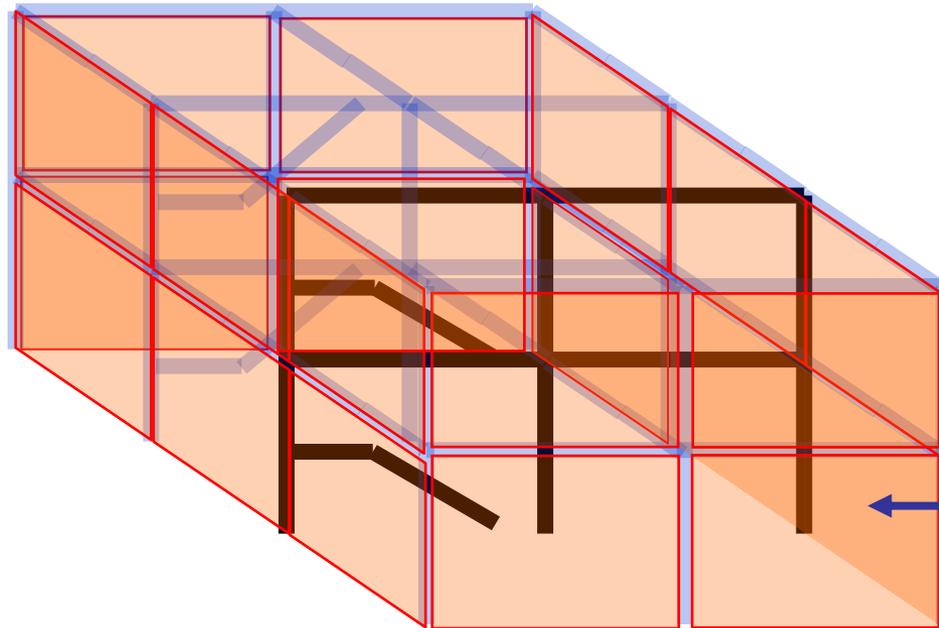
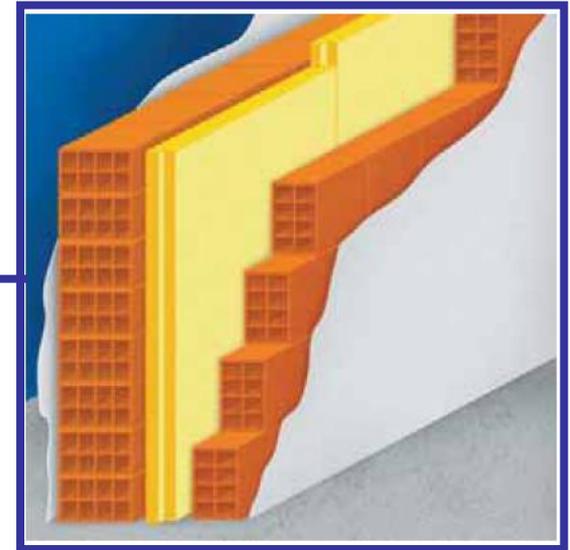
carichi sul telaio:

**Solai di piano e di**  
**copertura**



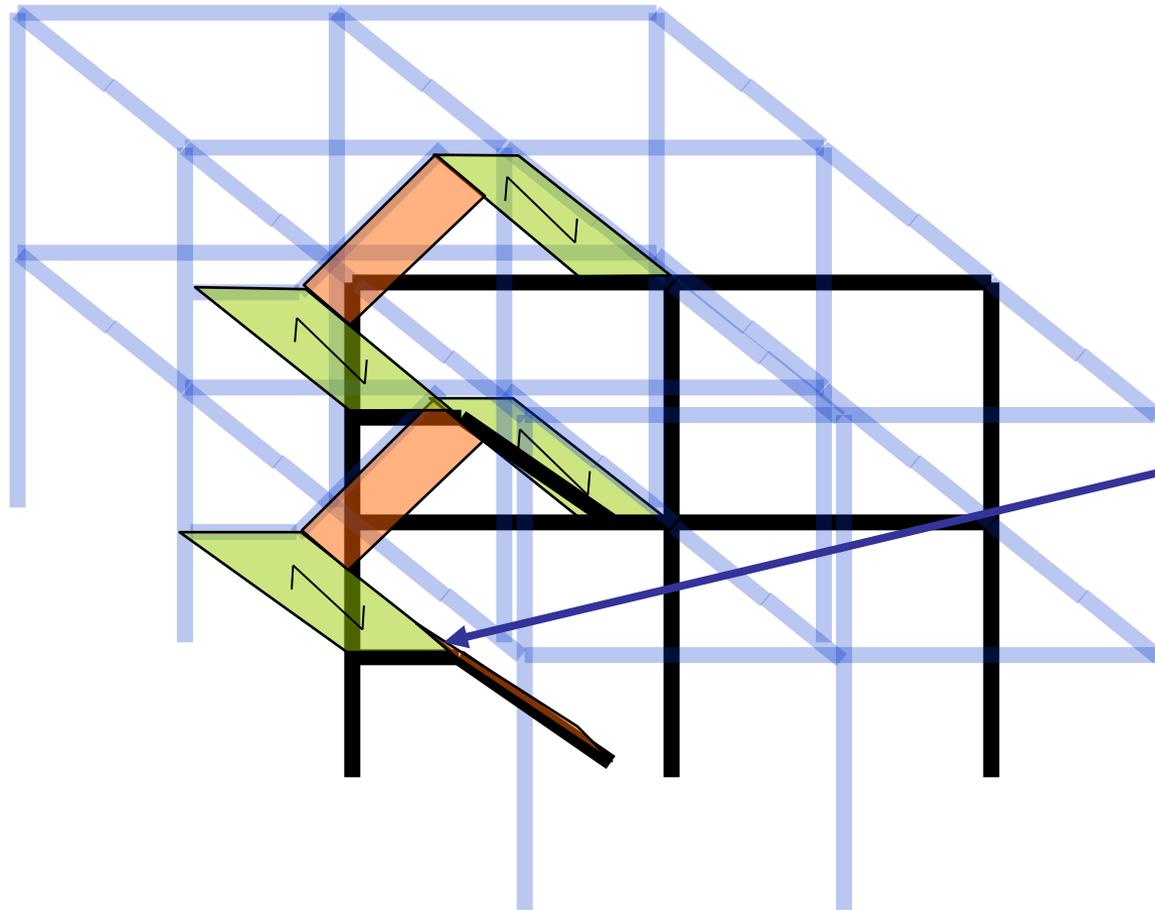
# Schema dei carichi sul telaio

carichi sul telaio:  
tamponature



# Schema dei carichi sul telaio

carichi sul telaio:  
**Gradini e pianerottoli**



# Progetto di un telaio in c.a.

---

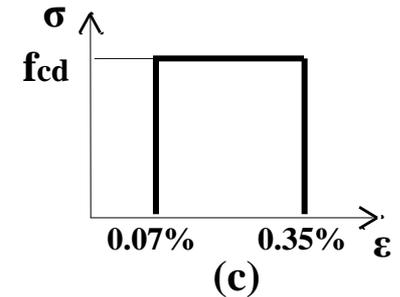
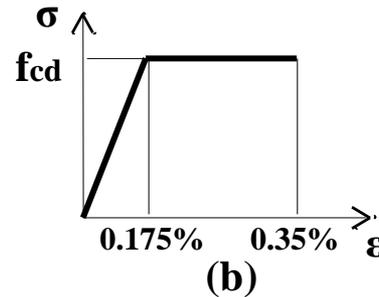
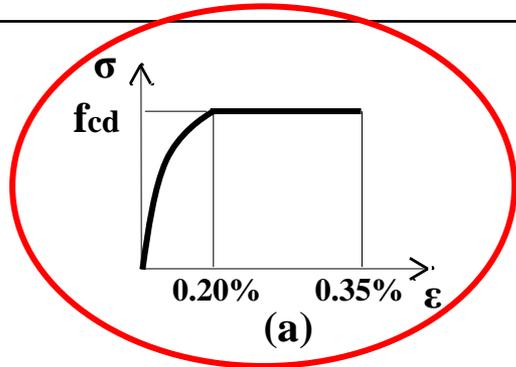
Normativa di riferimento:      Norme Tecniche per le Costruzioni  
D.M. 17 gennaio 2018 NTC2018

## Fasi progettuali

- Scelta dei materiali
- Analisi dei carichi
- Predimensionamento degli elementi strutturali
- Creazione del modello numerico
- Analisi delle sollecitazioni
- Progetto e verifica delle armature degli elementi strutturali
- Elaborati grafici

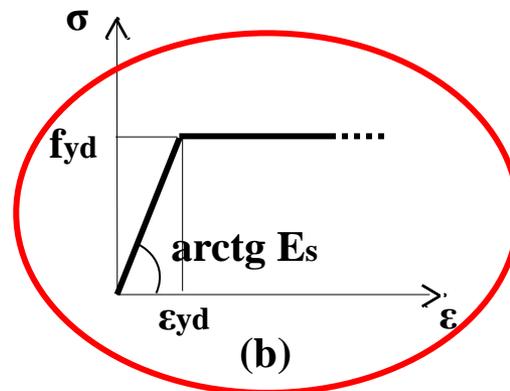
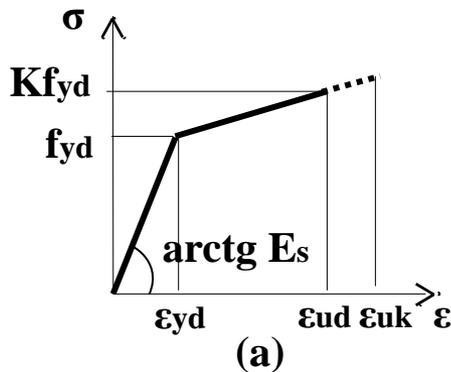
# Scelta dei materiali: DIAGRAMMI TENSIONI-DEFORMAZIONI

## DIAGRAMMI DI CALCOLO TENSIONI – DEFORMAZIONE DEL CLS



a) parabola-rettangolo; b) triangolo-rettangolo; c) rettangolo (stress block)

## DIAGRAMMI DI CALCOLO TENSIONI – DEFORMAZIONE DELL'ACCIAIO



**attenzione:** nel modello (b) si può limitare la deformazione ultima (es.  $\epsilon_{ud} = 1\%$ )

**nota:** nel modello (a) K è il rapporto di incrudimento. ( $1.35 > K \geq 1.15$ )

a) bi-lineare con incrudimento; b) elastico-perfettamente plastico indefinito

## Scelta dei materiali: Resistenze di Calcolo

---

Le resistenze di calcolo si valutano mediante l'espressione:

$$f_d = \frac{f_k}{\gamma_m}$$

dove  $f_k$  è la resistenza caratteristica,  $\gamma_m$  il coefficiente parziale del materiale.

La norma NTC prescrive per elementi in c.a.:

	$\gamma_M$
Calcestruzzo	1.5
Acciaio per c.a.	1.15

# SCelta DEI MATERIALI: RESISTENZE DI CALCOLO

## Calcestruzzo

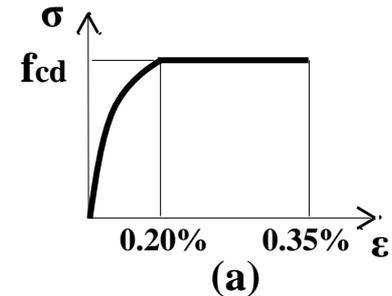
Resistenza di calcolo a compressione:

$$f_{cd} = \frac{\alpha_{cc} \cdot f_{ck}}{\gamma_c}$$

dove:  $f_{ck} = R_{ck} \cdot 0.83$

$\alpha_{cc} = 0.85$

$\gamma_c = 1.5$



Resistenza media a trazione:  $f_{ctm} = 0.3 \cdot f_{ck}^{2/3}$

Modulo elastico:

$$E_{cm} = 22000 \cdot [f_{cm} / 10]^{0.3}$$

dove:  $f_{cm} = f_{ck} + 8$

[NOTA: unità in N/mmq]

Modulo di Poisson:  $\nu = 0.2$

[NOTA: per cls fessurato si può  $\nu = 0$ ]

ipotizzando l'impiego di un calcestruzzo C25/30 ( $R_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2$  -  $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$ )

$$f_{cd} = \frac{0.85 \cdot 25 \cdot 0.83}{1.5} = 11.7 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ctm} = 2.2 \text{ N/mm}^2$$

$$E_c = 30200 \text{ N/mm}^2$$

# Scelta dei materiali: Resistenze di Calcolo

## Acciaio

Resistenza a trazione:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad \text{dove: } \gamma_s = 1.15$$

Modulo elastico:  $E_s = 210000 \text{ N/mm}^2$

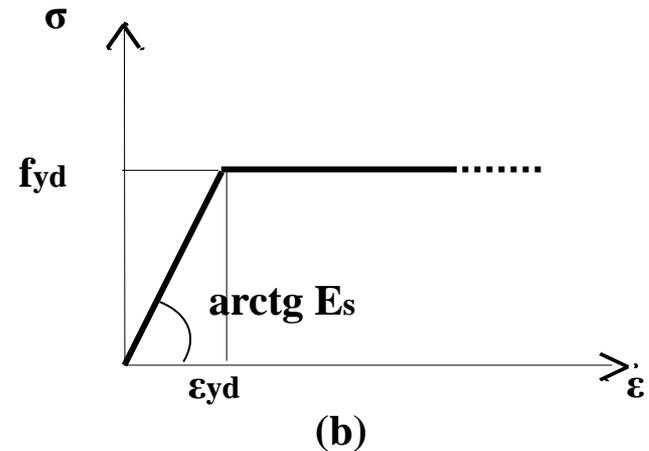
Deformazione al limite elastico:

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s}$$

Per un acciaio B450C:  $f_{yk} = 450 \text{ N/mm}^2$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{450}{1.15} = 391.3 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{391.3}{210000} = 1.83^\circ / \infty$$



# ANALISI DEI CARICHI

---

## Carichi permanenti Strutturali **G1**

Peso proprio di tutte le parti strutturali essenziali a portare i carichi esterni quali di solai, scale e gradini, travi, pilastri

## Carichi permanenti non strutturali **G2**

Peso proprio delle parti non strutturali quali il pavimento, il massetto, le tramezzature interne e le tamponature esterne

## Carichi variabili **Q**

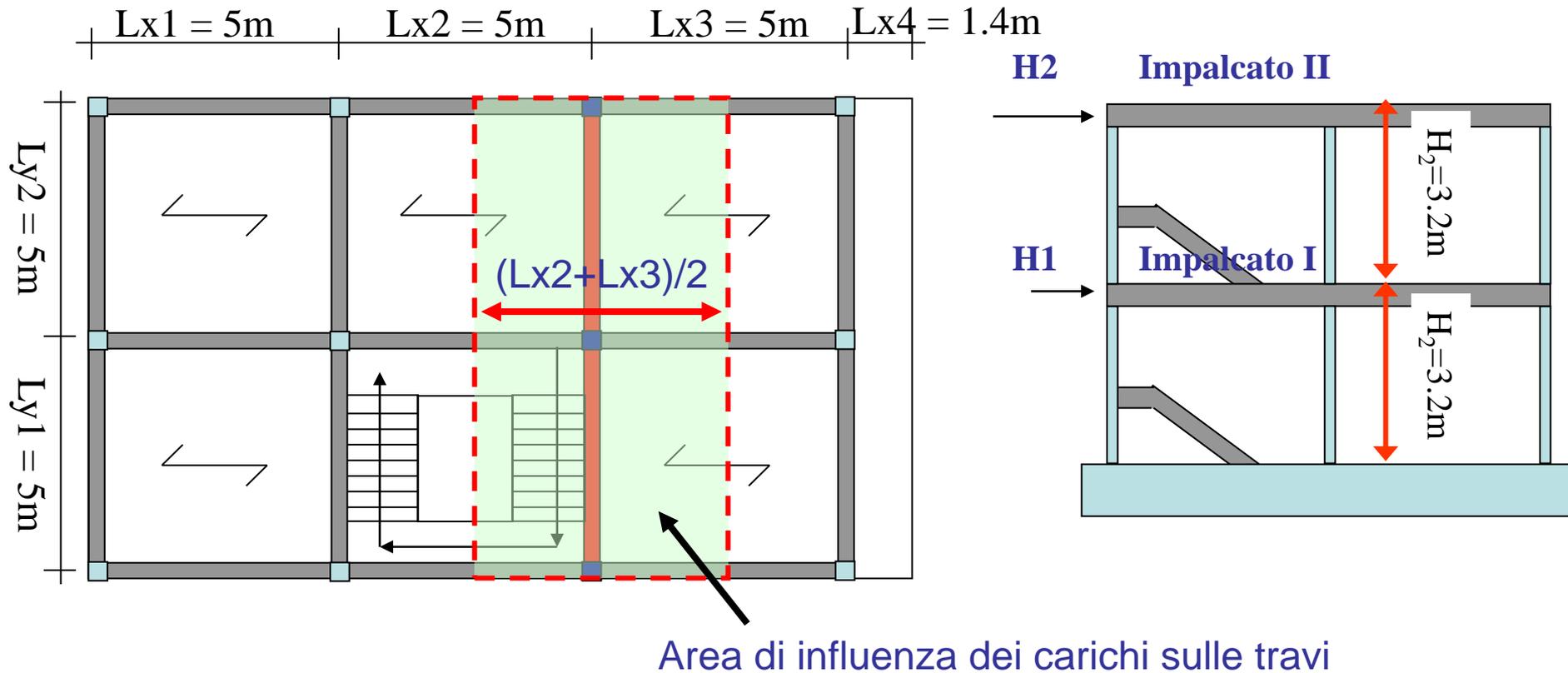
Definiti in funzione delle destinazioni d'uso della struttura

## Carichi orizzontali **H**

Rappresentano le azioni dovute ad eventi sismici. Devono essere valutate in funzione della quota del piano e del peso dell'impalcato

# ANALISI DEI CARICHI

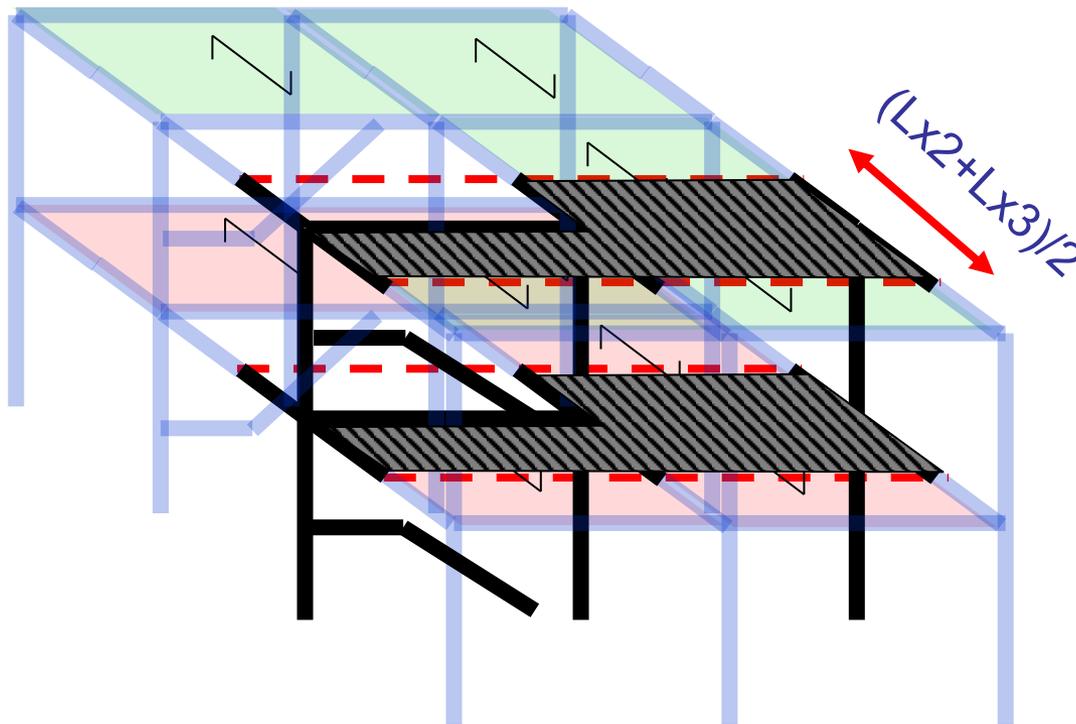
I carichi dei solai (G1, G2, Q) gravano sulle travi. Il valore del carico è funzione dell'area di influenza sottesa di ciascun elemento.



# ANALISI DEI CARICHI

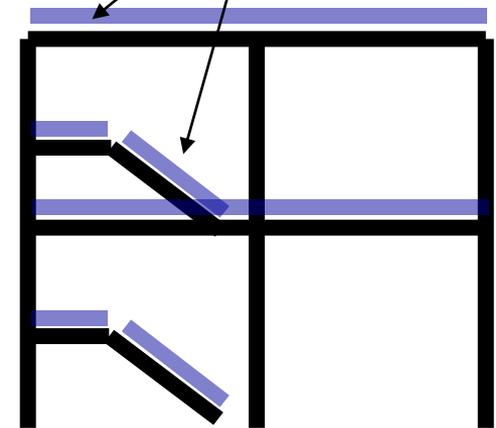
## Carichi permanenti Strutturali **G1** e **G2**; carichi variabili **Q**

Peso proprio strutturale, non strutturale, variabile dei solai, gradini e pianerottoli



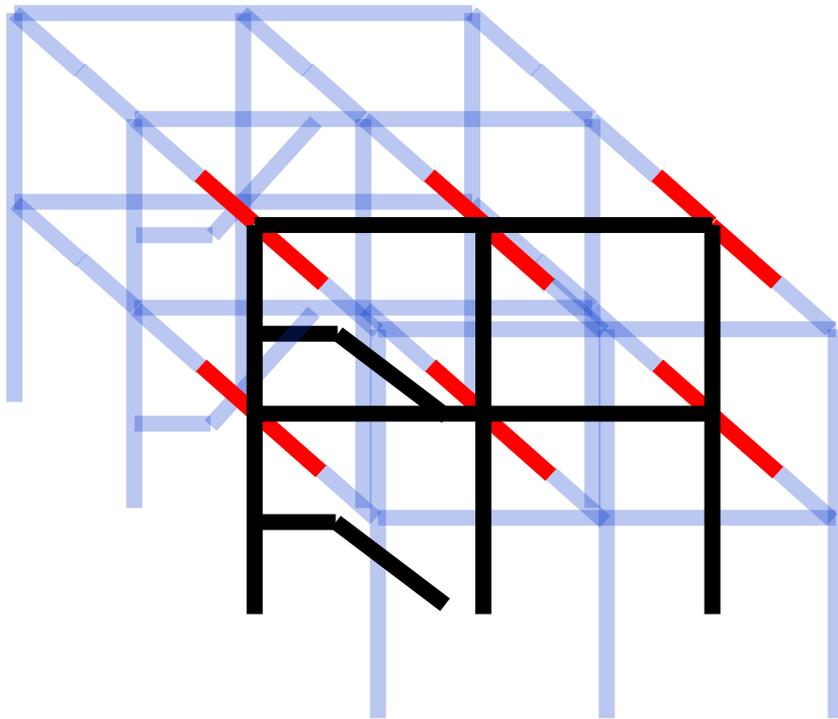
Peso proprio **G1**, **G2**, **Q** dei solai, pianerottoli e gradini.

Carichi distribuiti



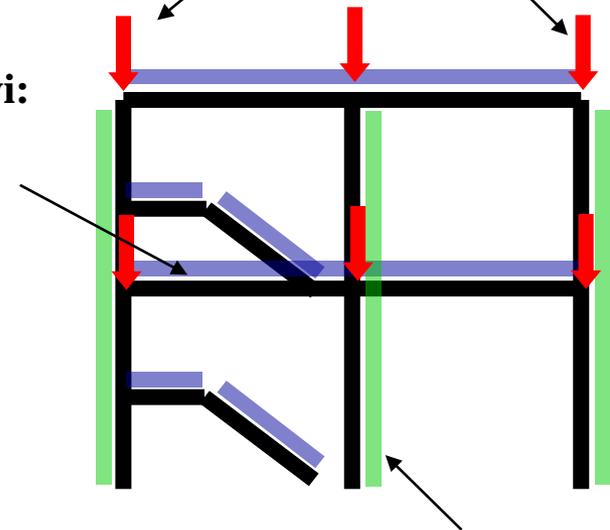
## Carichi permanenti Strutturali **G1**

Peso proprio di tutte le parti strutturali travi e pilastri



Peso delle travi:  
Carichi distribuiti

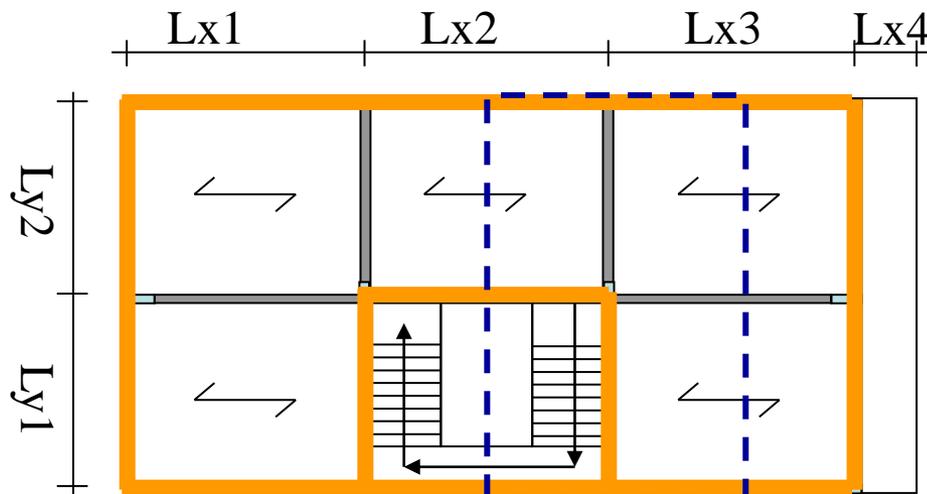
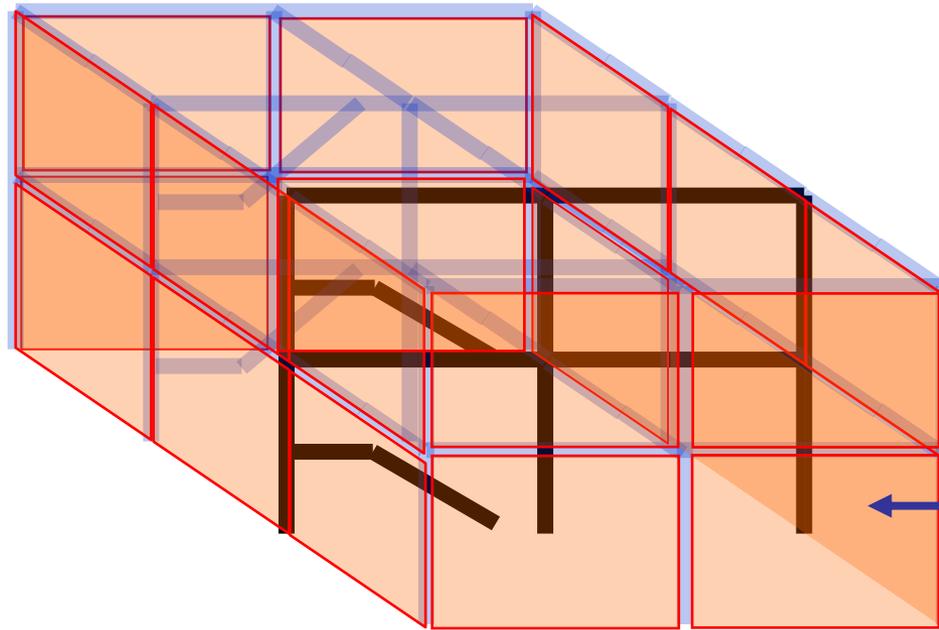
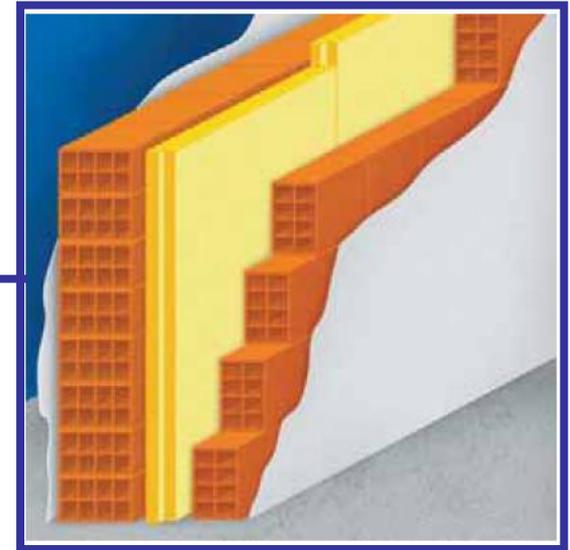
Peso proprio delle travi  
ortogonali: Carichi concentrati



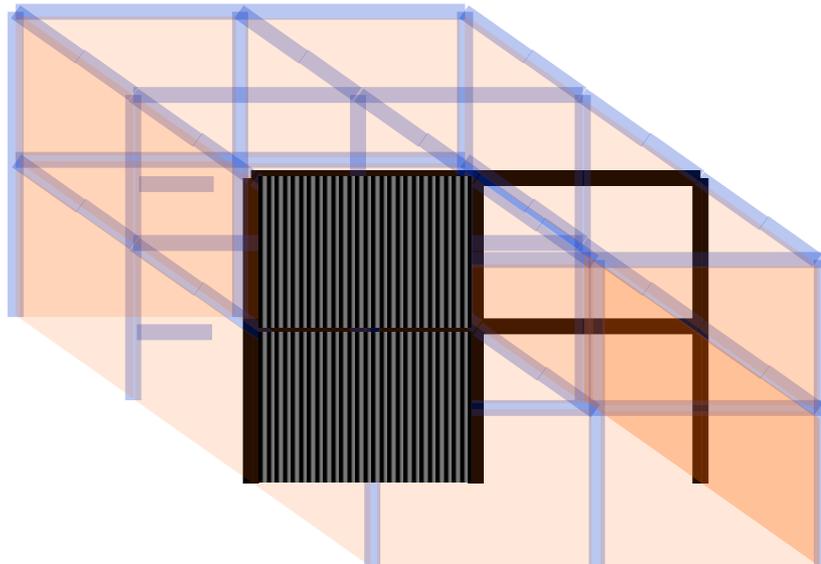
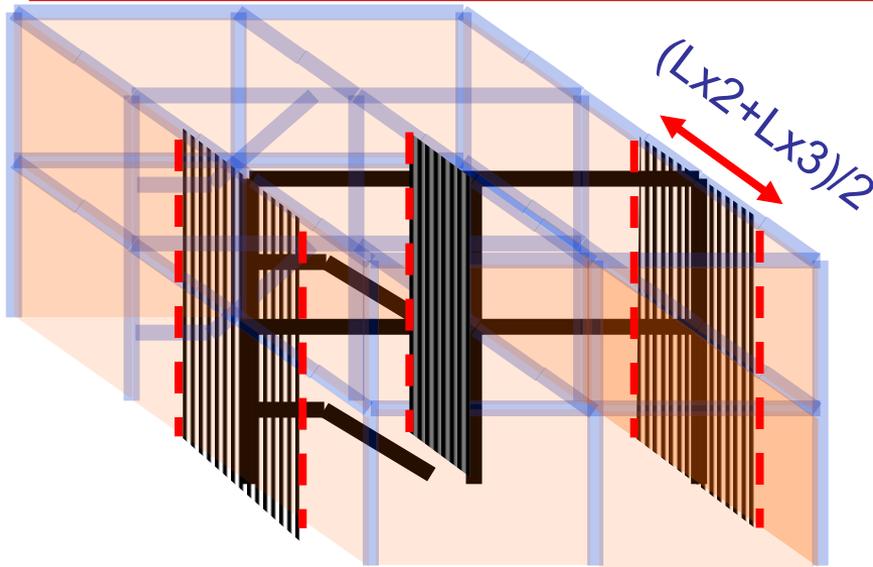
Peso proprio dei pilastri: carichi distribuiti

# ANALISI DEI CARICHI

carichi sul telaio:  
tamponature



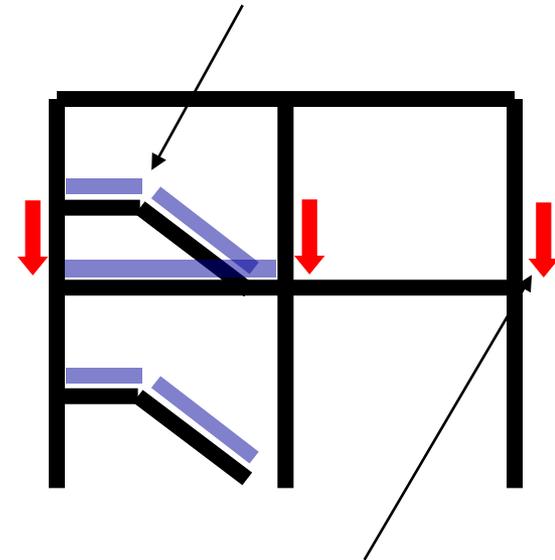
# ANALISI DEI CARICHI



## Carichi non strutturali **G2**

### Tamponature

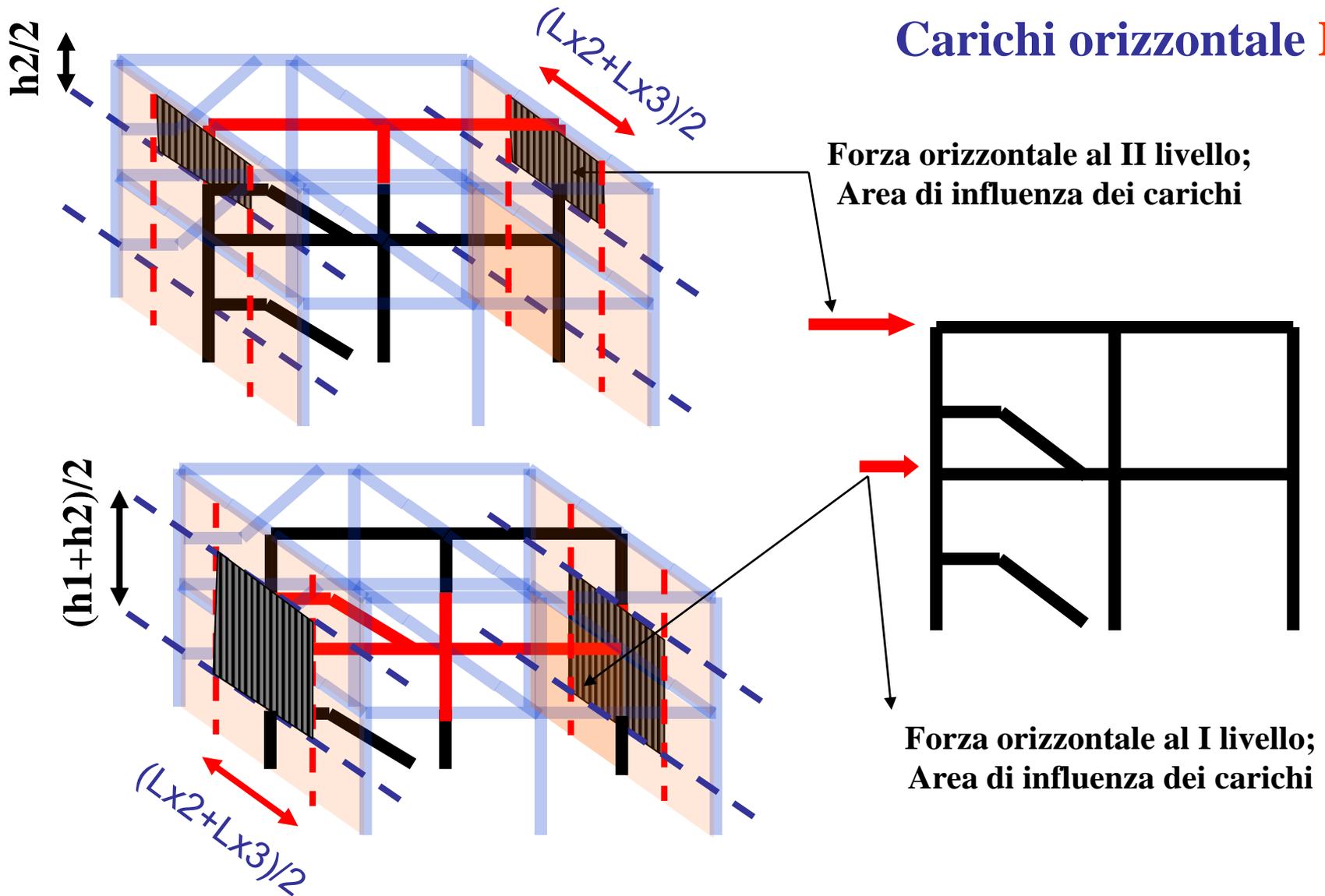
Peso proprio delle tamponature  
sulle travi: carichi distribuiti



Peso proprio delle tamponature  
sulle travi ortogonali: carichi  
concentrati

# ANALISI DEI CARICHI

## Carichi orizzontale **H**

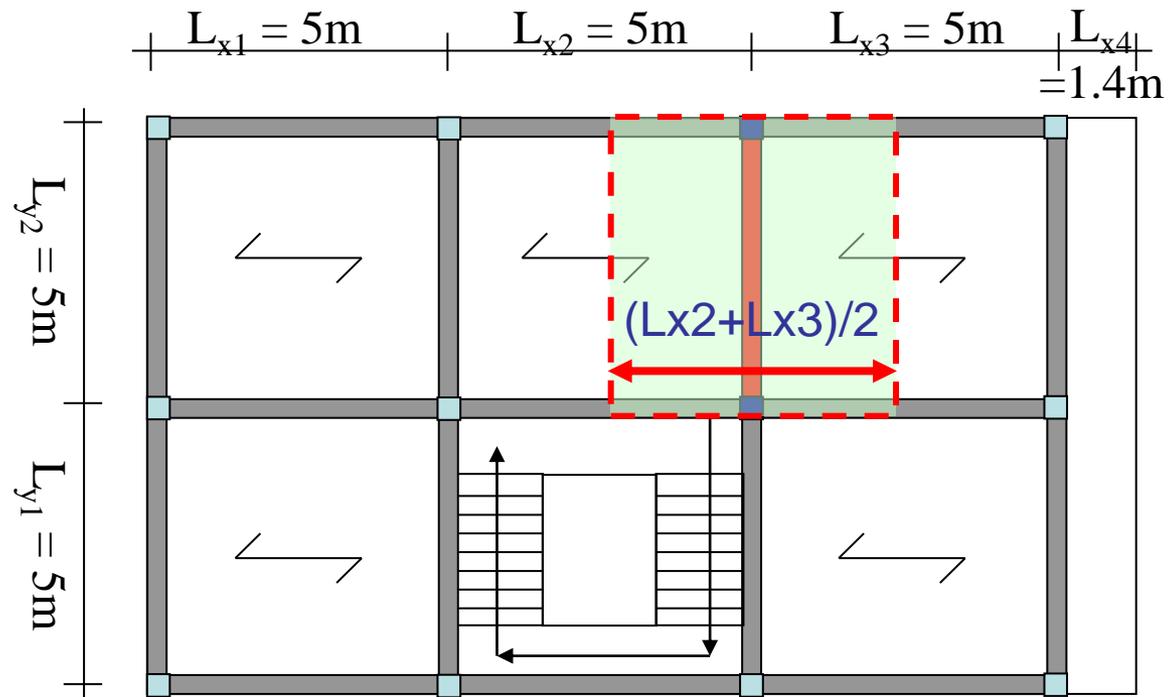


# PREDIMENSIONAMENTO DEGLI ELEMENTI TRAVE

## TRAVE DI PIANO

Dall'analisi dei carichi possiamo definire le azioni agenti

- Peso Proprio solaio (strutturale e non)
- Carico variabile per solaio di calpestio
- Peso Proprio Trave (Ipotizzata 30×50)



# PREDIMENSIONAMENTO DEGLI ELEMENTI TRAVE

---

## Carichi unitari permanenti strutturali e non strutturali

*Peso proprio strutturale del solaio  $G_{1,1} = 2.82 \text{ kN/m}^2$  (nervature, soletta, pignatte):*

$$g_{1,1} = \gamma_{G1} * G_{1,1} * L_s \quad g_{1,1} = 1.3 * 2.82 * 5 = 18.33 \text{ kN/m}$$

*Trave emergente 30×50 ( $G_{1,2} = 3.75 \text{ kN/m}$ ):*

$$g_{1,2} = \gamma_{G1} * G_{1,2} \quad g_{1,2} = 1.3 * 3.75 = 4.9 \text{ kN/m}$$

*Peso proprio non strutturale del solaio  $G_2 = 3.80 \text{ kN/m}^2$  (massetto, pavimento, inc. tramezzi):*

$$g_2 = \gamma_{G2} * G_2 * L_s \quad g_2 = 1.5 * 3.8 * 5 = 28.5 \text{ kN/m}$$

## Carichi unitari accidentali

*Carico accidentale per solaio di calpestio di civile abitazione ( $Q_{k,1} = 2.0 \text{ kN/m}^2$ ):*

$$q_{k,1} = \gamma_Q * Q_{k,1} * L_s \quad q_{k,1} = 1.5 * 2.0 * 5 = 15.0 \text{ kN/m}$$

# PREDIMENSIONAMENTO DEGLI ELEMENTI TRAVE

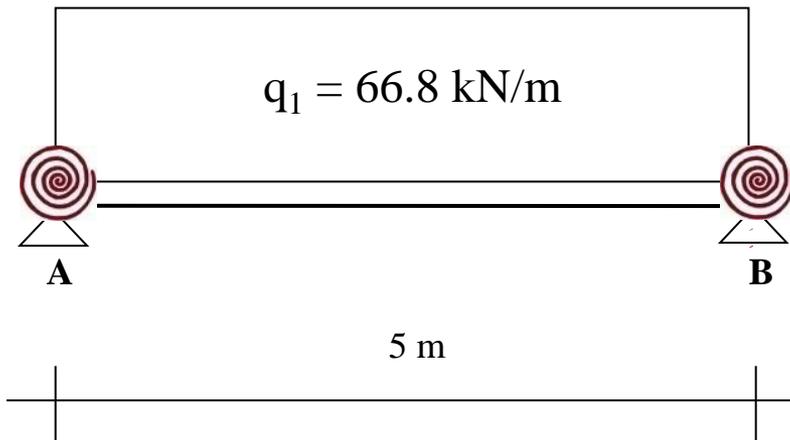
Si considera uno schema statico di trave semi-incastrata ad entrambi gli estremi

Il carico uniforme totale vale  $q_1 = g_{1,1} + g_{1,2} + g_2 + q_{k1} = 66.8 \text{ kNm}$

Il massimo momento in campata è assunto pari a:

$$M_{sd} = M_{AB} = \left( \frac{q_1 \cdot l^2}{10} \right)$$

$$M_{sd} = \left( \frac{66.8 * 5^2}{10} \right) = 167 \text{ kNm}$$



# PREDIMENSIONAMENTO DEGLI ELEMENTI TRAVE

## Travi rettangolari progettate a flessione con semplice armatura

Equazione di equilibrio alla traslazione lungo l'asse della trave:

$$B \cdot \psi \cdot x \cdot f_{cd} - A_s f_{yd} = N \quad N = 0$$

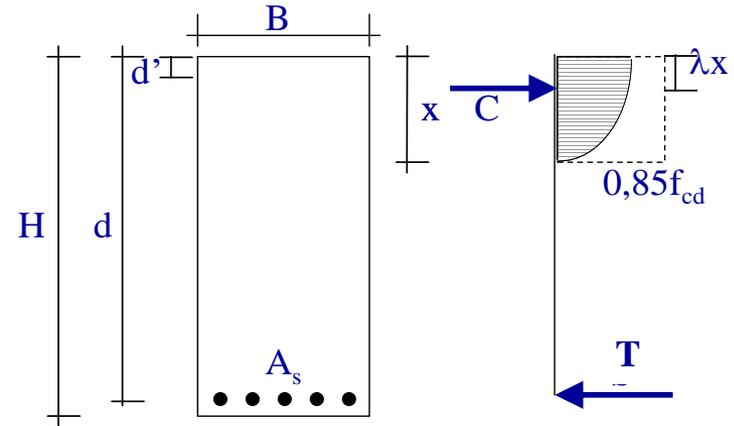
Equazione di equilibrio alla rotazione (intorno al baricentro geometrico della sezione)

$$B \cdot f_{cd} \cdot x \cdot \psi \left( \frac{H}{2} - \lambda x \right) + A_s f_{yd} \left( \frac{H}{2} - c \right) = M_{rd}$$

Equazione di congruenza

$$\frac{0.35\%}{x} = \frac{\varepsilon_s'}{x - d'} = \frac{\varepsilon_s}{d - x}$$

**4 incognite:  $B, H, x, A_s$**



# PREDIMENSIONAMENTO DEGLI ELEMENTI TRAVE

## Travi rettangolari progettate a flessione

Fissiamo alcune delle incognite in modo da avere abbastanza elementi per risolvere il problema

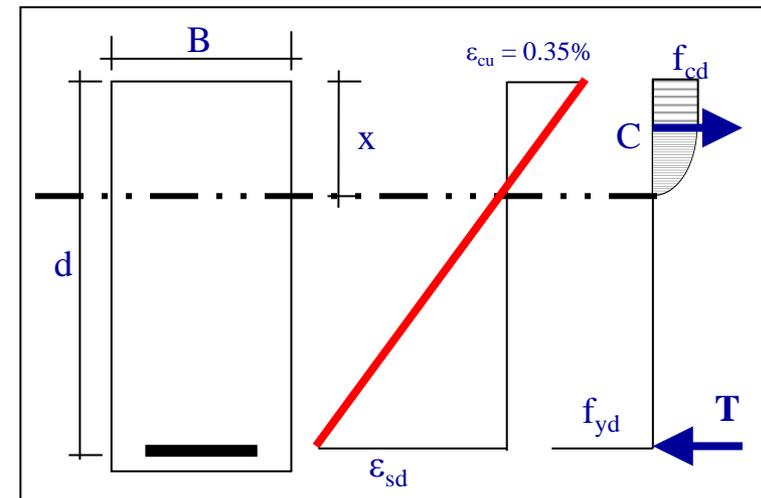
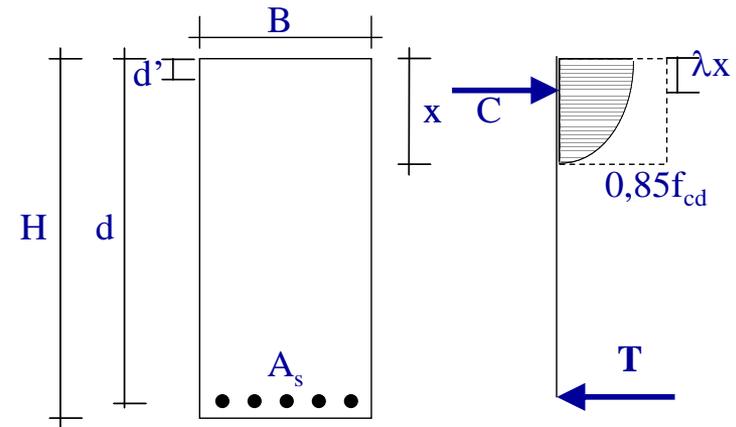
1) Fissiamo la posizione dell'asse neutro

$$\xi = x / d = 0.259$$

2) Ipotizziamo che la rottura avvenga in regione 2

$$\psi = 0.810$$

$$\lambda = 0.416$$



# PREDIMENSIONAMENTO DEGLI ELEMENTI TRAVE

## Travi rettangolari progettate a flessione

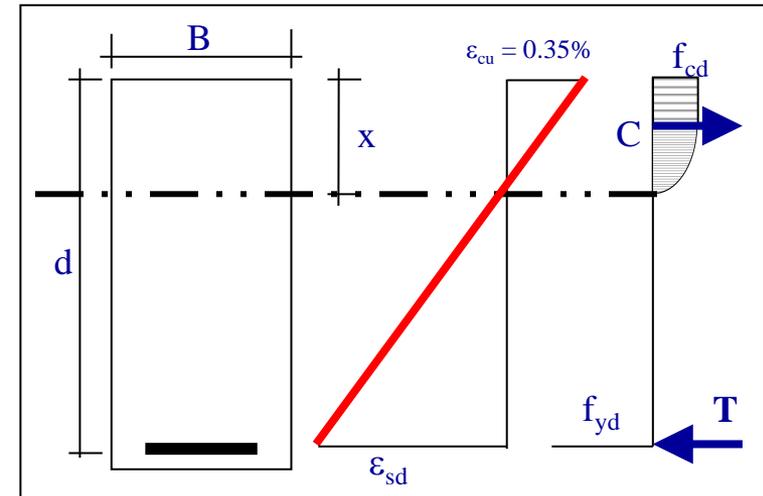
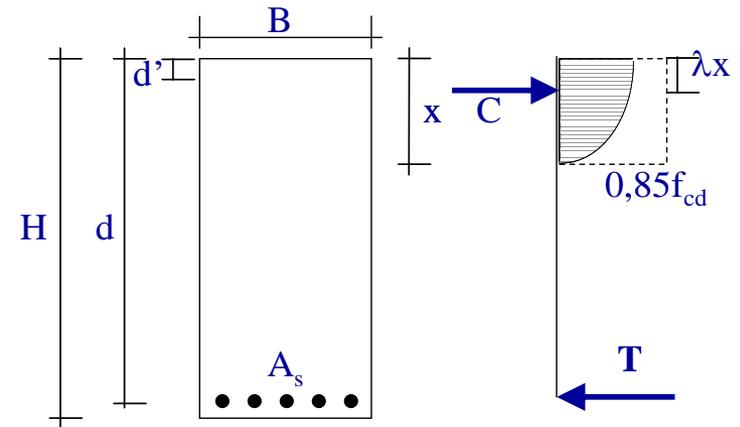
Imponendo l'equilibrio alla rotazione rispetto all'asse passante per il baricentro delle armature tese ( $A_s$ ) si ha:

$$M_{Sd} = B \cdot d^2 \cdot f_{cd} \cdot \psi \cdot \xi \cdot (1 - \lambda \xi) = B \cdot d^2 \cdot f_{cd} \cdot c$$

dove  $c = \psi \cdot \xi \cdot (1 - \lambda \xi)$

L'altezza utile  $d$  è pari a:

$$d = \sqrt{\frac{1}{c}} \cdot \sqrt{\frac{M_{Sd}}{B \cdot f_{cd}}} = r_{slu} \cdot \sqrt{\frac{M_{Rd}}{B \cdot f_{cd}}}$$

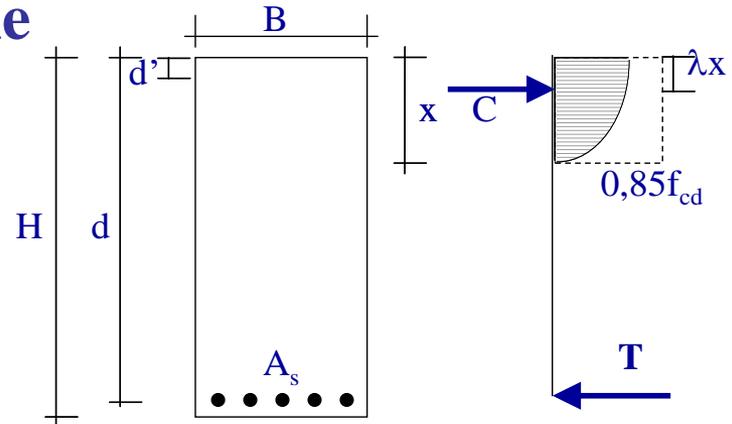


# PREDIMENSIONAMENTO DEGLI ELEMENTI TRAVE

## Travi rettangolari progettate a flessione

Fissiamo il valore della base  
(da considerazioni di carattere  
architettonico)

$$B = 300\text{mm}$$



$$r_{slu} = \frac{1}{\sqrt{\psi \xi (1 - \lambda \xi)}} \longrightarrow r_{slu} = \frac{1}{\sqrt{0.810 \cdot 0.259 \cdot (1 - 0.416 \cdot 0.259)}} = 2.31$$

$$d = r_{slu} \sqrt{\frac{M_{est}}{b \cdot f_{cd}}} \longrightarrow d = 2.31 \cdot \sqrt{\frac{167000000}{300 \cdot 11.7}} = 504 \text{ mm}$$

$$H = d + c = 504 + 30 \approx 550\text{mm}$$

# Il copriferro - interferro

---

Estratto dalla NTC18 (D.M. 17/01/2018)

## 4.1.6.1.3 *Copriferro e interferro*

L'armatura resistente deve essere protetta da un adeguato ricoprimento di calcestruzzo. Gli elementi strutturali devono essere verificati allo stato limite di fessurazione secondo il § 4.1.2.2.4.

Al fine della protezione delle armature dalla corrosione, lo strato di ricoprimento di calcestruzzo (copriferro) deve essere dimensionato in funzione dell'aggressività dell'ambiente e della sensibilità delle armature alla corrosione, tenendo anche conto delle tolleranze di posa delle armature.

Per consentire un omogeneo getto del calcestruzzo, il copriferro e l'interferro delle armature devono essere rapportati alla dimensione massima degli inerti impiegati.

Il copriferro e l'interferro delle armature devono essere dimensionati anche con riferimento al necessario sviluppo delle tensioni di aderenza con il calcestruzzo.

# Il copriferro

In funzione delle condizioni ambientali e della classe di resistenza del cls deve essere utilizzato un valore del copriferro secondo quanto riportato nella tabella (*circolare NTC2018 C4.1.6.1.3*):

Tabella C4.1.IV Copriferri minimi in mm

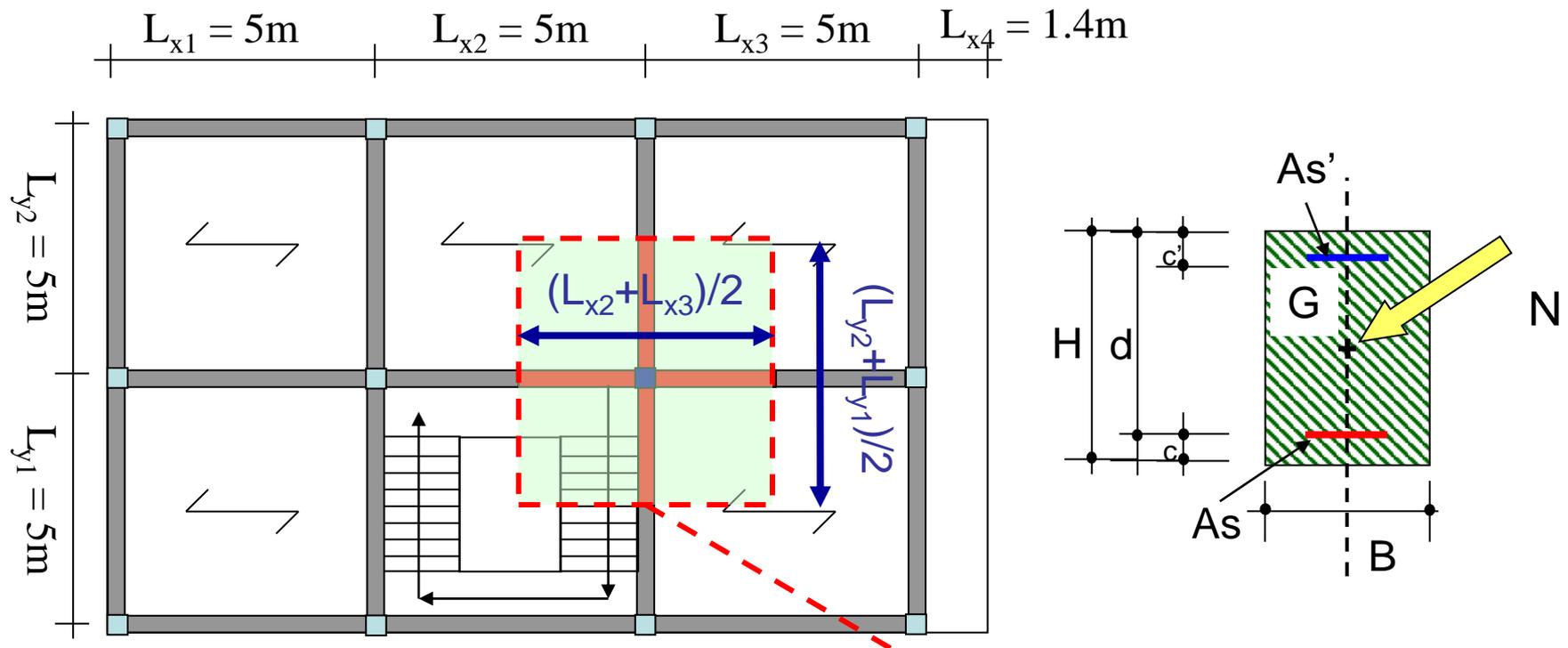
			barre da c.a. elementi a piastra		barre da c.a. altri elementi		cavi da c.a.p. elementi a piastra		cavi da c.a.p. altri elementi	
$C_{min}$	$C_o$	ambiente	$C \geq C_o$	$C_{min} \leq C < C_o$	$C \geq C_o$	$C_{min} \leq C < C_o$	$C \geq C_o$	$C_{min} \leq C < C_o$	$C \geq C_o$	$C_{min} \leq C < C_o$
C25/30	C35/45	ordinario	15	20	20	25	25	30	30	35
C28/35	C40/50	aggressivo	25	30	30	35	35	40	40	45
C35/45	C45/55	molto ag.	35	40	40	45	45	50	50	50

Per classi di cls  $C < C_{min}$  il valore del copriferro deve essere aumentato di 5mm

# PREDIMENSIONAMENTO DEGLI ELEMENTI PILASTRO

## Pilastri rettangolari soggetti a (solo) sforzo normale

Le dimensioni (*di tentativo*) della sezione di cls possono essere valutate con riferimento al solo sforzo normale  $N$  dell'area di carico afferente all'elemento.



$A_s$ (area di influenza depurata dalle travi)=22 mq

## Analisi dei carichi gravanti sul pilastro

*Peso proprio strutturale del solaio (nervature, soletta, pignatte):*

$$G_{1,1} = 2.82 \text{ kN/m}^2 \quad g_{1,1} = \gamma_{G1} * G_{1,1} * A_s = 80.65 \text{ kN}$$

*Peso proprio non strutturale del solaio (massetto, pavimento, inc. tramezzi):*

$$G_2 = 3.80 \text{ kN/m}^2 \quad g_2 = \gamma_{G2} * G_2 * A_s = 125.40 \text{ kN}$$

*Trave emergente 30x55 (n. 4 elementi):*

$$G_{1,2} = 4.13 \text{ kN/m} \quad g_{1,2} = \gamma_{G1} * G_{1,2} * (L_{x2} + L_{x3} + L_{y1} + L_{y2}) / 2 = 107.38 \text{ kN}$$

*Pilastro 30x40:*

$$G_{1,3} = 3.0 \text{ kN/m} \quad g_{1,3} = \gamma_{G1} * G_{1,3} * H_1 = 10.33 \text{ kN} \quad (H_1 = 2.65 \text{ m})$$

*Carico accidentale per solaio di calpestio di civile abitazione:*

$$Q_{k1} = 2.0 \text{ kN/m}^2 \quad g_{k1} = \gamma_Q * Q_{k.1} * A_s = 66.00 \text{ kN}$$

# PREDIMENSIONAMENTO DEGLI ELEMENTI PILASTRO

## Pilastri rettangolari soggetti a (solo) sforzo normale

Le dimensioni (*di tentativo*) della sezione di cls possono essere valutate con riferimento al solo sforzo normale N dell'area di carico afferente all'elemento (*area di influenza*). Per portare in conto il momento flettente si può assumere la resistenza del cls pari al 40-50% di quella di calcolo.

$$N = N_{\text{livelli}} * (G_{1,1} + G_{1,2} + G_{1,3} + G_2 + Q_{k1}) = 2 * 389.10 = 779.20 \text{ kN}$$

$$A_{c,s.n.} = \frac{N}{0.4 \cdot f_{cd}} = \frac{779200}{0.4 \cdot 11.6} = 167931 \text{ mm}^2$$

Fissando una dimensione della sezione (da considerazioni di carattere architettonico) si ha:

$$H = \frac{A_{c,s.n.}}{B} = \frac{167931}{300} = 560 \text{ mm} \Rightarrow 600 \text{ mm}$$

# Combinazioni di calcolo delle azioni

---

## COMBINAZIONI PER LE VERIFICHE ALLO STATO LIMITE ULTIMO

$$F_d = \gamma_{G1} G_1 + \gamma_{G2} G_2 + \gamma_q Q_{k1} + \sum_{(i>1)} \gamma_q \Psi_{0i} Q_{ki}$$

## COMBINAZIONI PER LE VERIFICHE ALLO STATO LIMITE DI ESERCIZIO

Combinazioni rare:  $F_d = G_1 + G_2 + P + Q_{k1} + \sum_{(i>1)} \Psi_{0i} Q_{ki}$

Combinazioni frequenti:  $F_d = G_1 + G_2 + P + \Psi_{1i} Q_{k1} + \sum_{(i>1)} \Psi_{2i} Q_{ki}$

Combinazioni quasi permanenti:  $F_d = G_1 + G_2 + P + \sum_{(i>1)} \Psi_{2i} Q_{ki}$

**G1** valore nominale delle azioni permanenti strutturali

**G2** valore nominale delle azioni permanenti non strutturali

**Qk1** valore caratteristico dell'azione variabile di base di ogni combinazione

**Qki** valore caratteristico delle altre azioni variabili

**Ψ0i, Ψ1i, Ψ2i** coefficienti di combinazione

# Combinazioni di calcolo delle azioni

## COMBINAZIONI PER LE VERIFICHE ALLO STATO LIMITE ULTIMO

$$F_d = \gamma_{G1} G_1 + \gamma_{G2} G_2 + \gamma_q Q_{k1} + \sum_{(i>1)} \gamma_q \Psi_{0i} Q_{ki}$$

## COMBINAZIONI PER LE VERIFICHE ALLO STATO LIMITE DI ESERCIZIO

Combinazioni rare:

$$F_d = G_1 + G_2 + P + Q_{k1} + \sum_{(i>1)} \Psi_{0i} Q_{ki}$$

Carico accidentale *principale*

Carico accidentale *secondario*

Combinazioni frequenti:

$$F_d = G_1 + G_2 + P + \gamma_{1i} Q_{k1} + \sum_{(i>1)} \gamma_{2i} Q_{ki}$$

Combinazioni quasi permanenti:

$$F_d = G_1 + G_2 + P + \sum_{(i>1)} \Psi_{2i} Q_{ki}$$

- G1** valore nominale delle azioni permanenti strutturali
- G2** valore nominale delle azioni permanenti non strutturali
- Qk1** valore caratteristico dell'azione variabile di base di ogni combinazione
- Qki** valore caratteristico delle altre azioni variabili
- Ψ0i, Ψ1i, Ψ2i** coefficienti di combinazione

# Coefficienti parziali per le azioni ( $\gamma_F$ )

Coefficienti parziali per le azioni  $\gamma_F$  nelle verifiche SLU (§ 2.6.1, NTC2018)

		$\gamma_F$ (STR)	
Carichi permanenti	Favorevoli	$\gamma_{G1}$	1.0
	Sfavorevoli		1.3
Carichi permanenti non strutturali	Favorevoli	$\gamma_{G2}$	0.8
	Sfavorevoli		1.5
Carichi variabili	Favorevoli	$\gamma_{Qi}$	0.0
	Sfavorevoli		1.5

# Coefficienti di combinazione

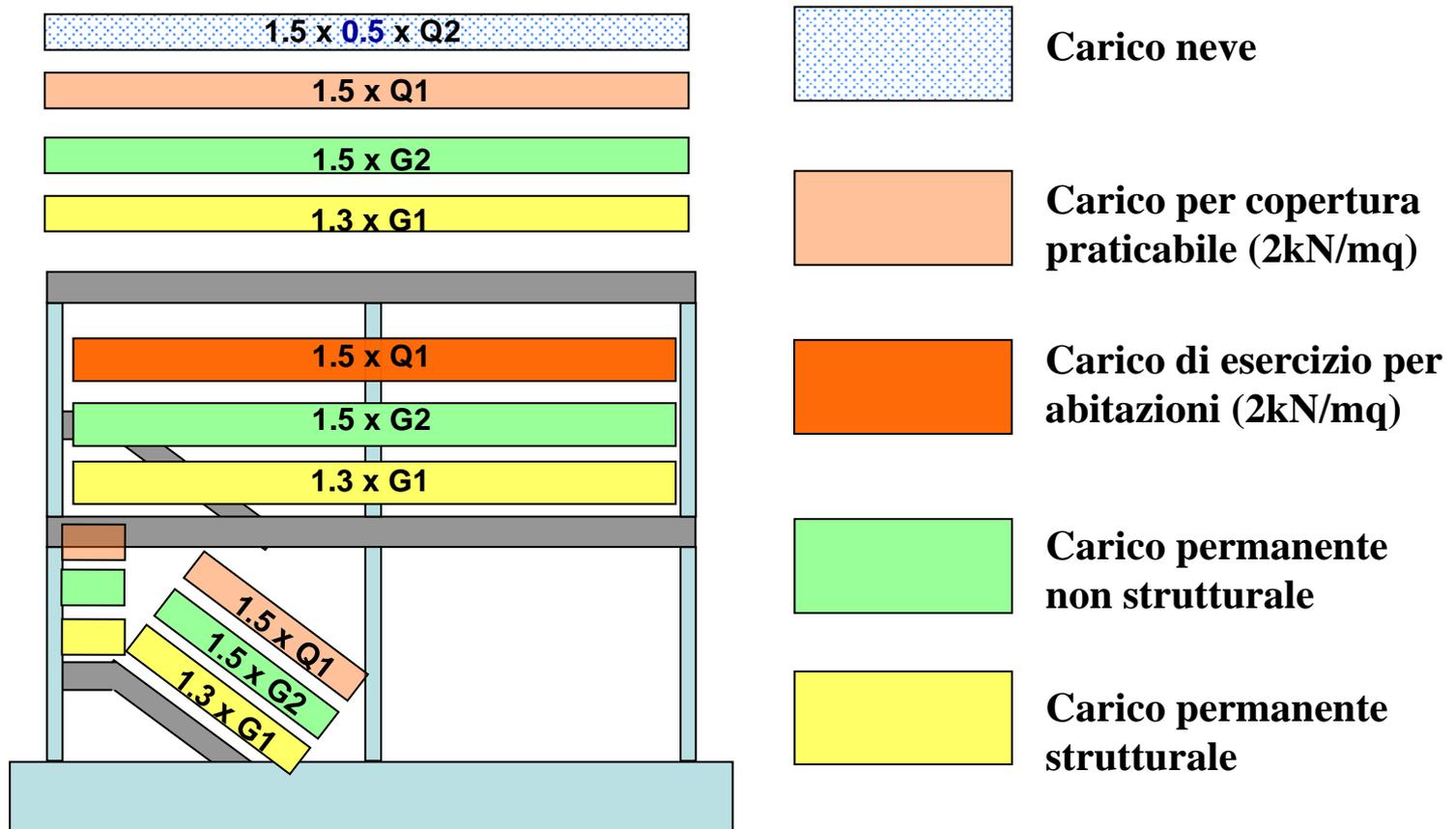
I Coefficienti di combinazione ( $\Psi_{0j}$ ;  $\Psi_{1j}$ ;  $\Psi_{2j}$ ) sono funzione della destinazione d'uso degli ambienti:

Categoria/Azione variabile	$\Psi_{0j}$	$\Psi_{1j}$	$\Psi_{2j}$
Categoria A - Ambienti ad uso residenziale	0,7	0,5	0,3
Categoria B - Uffici	0,7	0,5	0,3
Categoria C - Ambienti suscettibili di affollamento	0,7	0,7	0,6
Categoria D - Ambienti ad uso commerciale	0,7	0,7	0,6
Categoria E – Aree per immagazzinamento, uso commerciale e uso industriale Biblioteche, archivi, magazzini e ambienti ad uso industriale	1,0	0,9	0,8
Categoria F - Rimesse , parcheggi ed aree per il traffico di veicoli (per autoveicoli di peso $\leq 30$ kN)	0,7	0,7	0,6
Categoria G – Rimesse, parcheggi ed aree per il traffico di veicoli (per autoveicoli di peso $> 30$ kN)	0,7	0,5	0,3
Categoria H - Coperture accessibili per sola manutenzione	0,0	0,0	0,0
Categoria I – Coperture praticabili	da valutarsi caso per caso		
Categoria K – Coperture per usi speciali (impianti, eliporti, ...)			
Vento	0,6	0,2	0,0
Neve (a quota $\leq 1000$ m s.l.m.)	0,5	0,2	0,0
Neve (a quota $> 1000$ m s.l.m.)	0,7	0,5	0,2
Variazioni termiche	0,6	0,5	0,0

# Le combinazioni di carico

## 1) STATO LIMITE ULTIMO

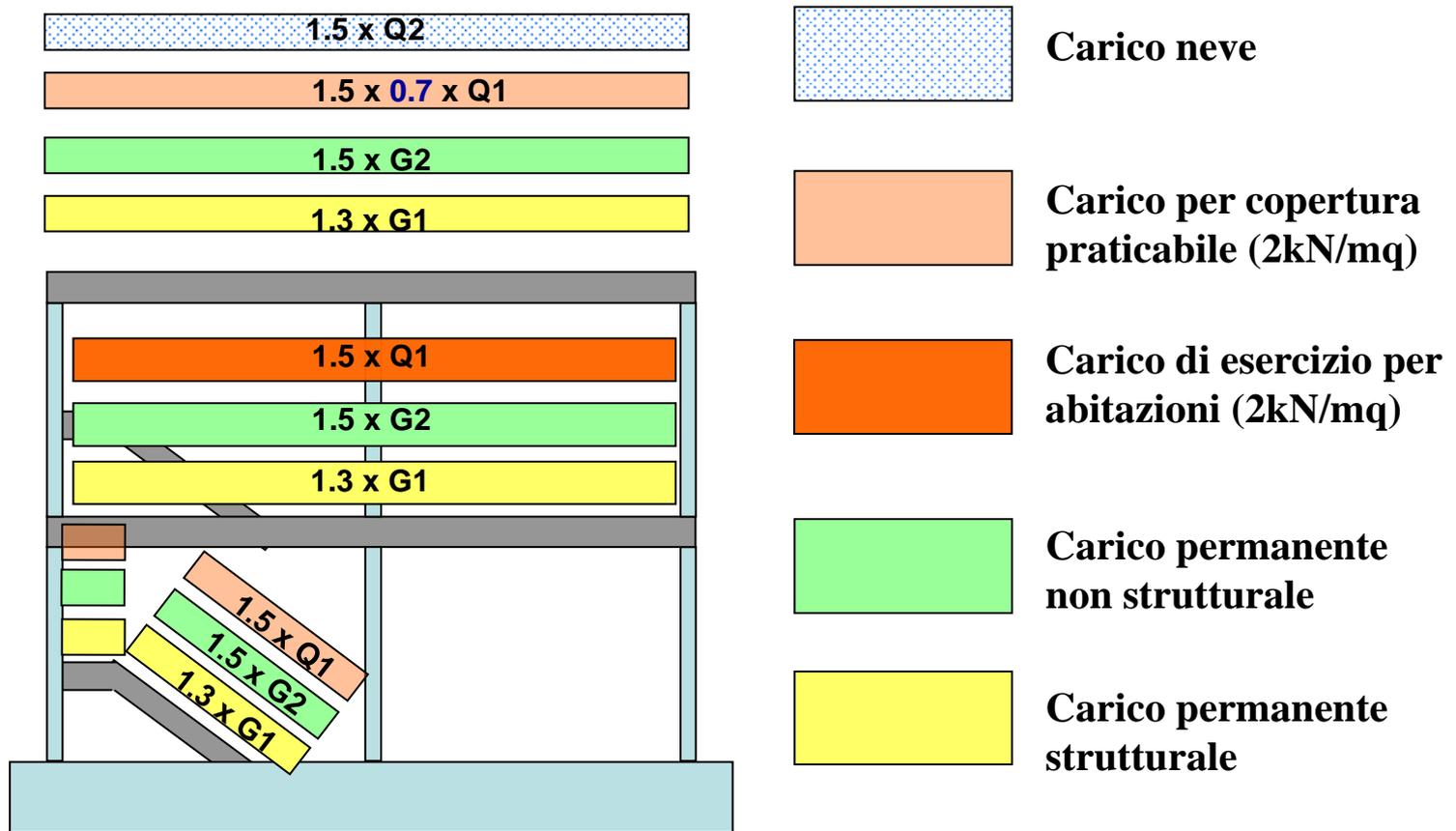
$$F_d = \gamma_{G1} G_1 + \gamma_{G2} G_2 + \gamma_q Q_{k1} + \gamma_q \Psi_{0i} Q_{k2}$$



# Le combinazioni di carico

## 2) STATO LIMITE ULTIMO

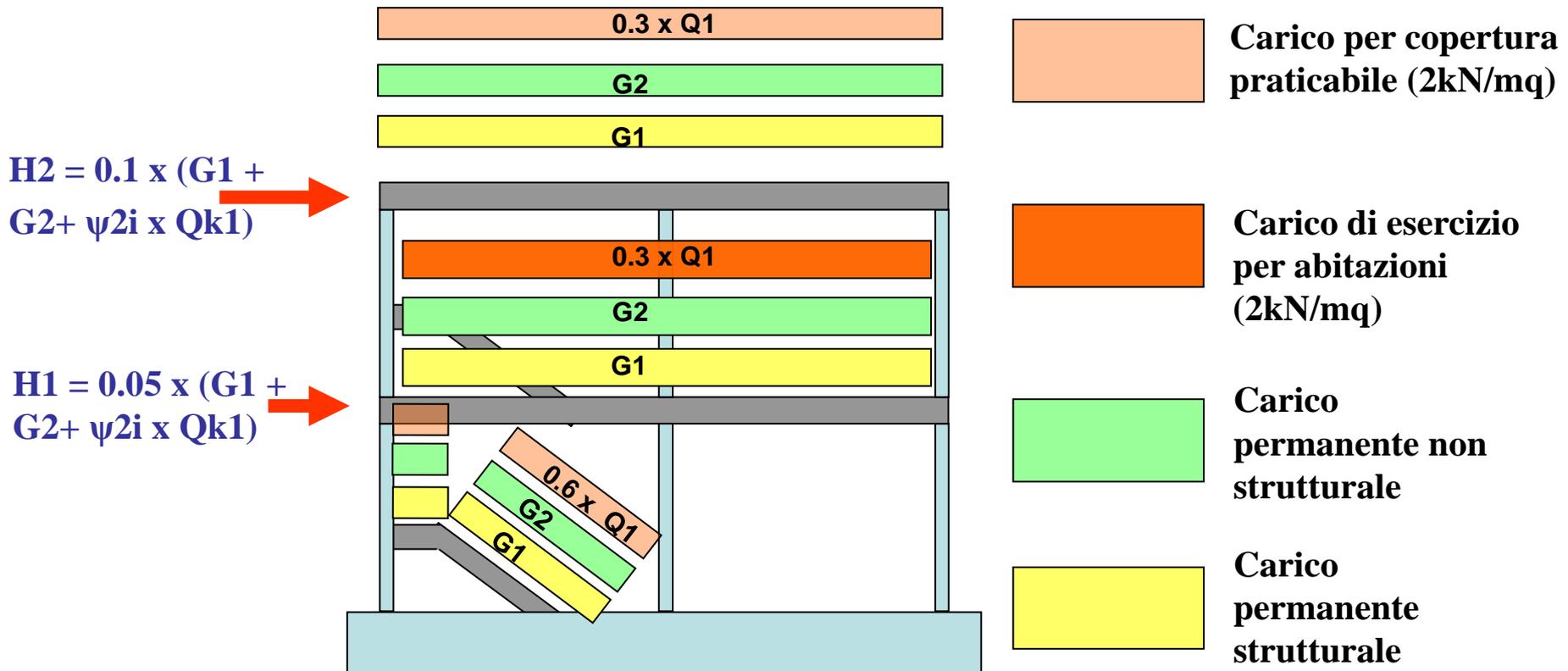
$$F_d = \gamma_{G1} G_1 + \gamma_{G2} G_2 + \gamma_q Q_{k2} + \gamma_q \Psi_{0i} Q_{k1}$$



# Le combinazioni di carico

## 3) STATO LIMITE ULTIMO

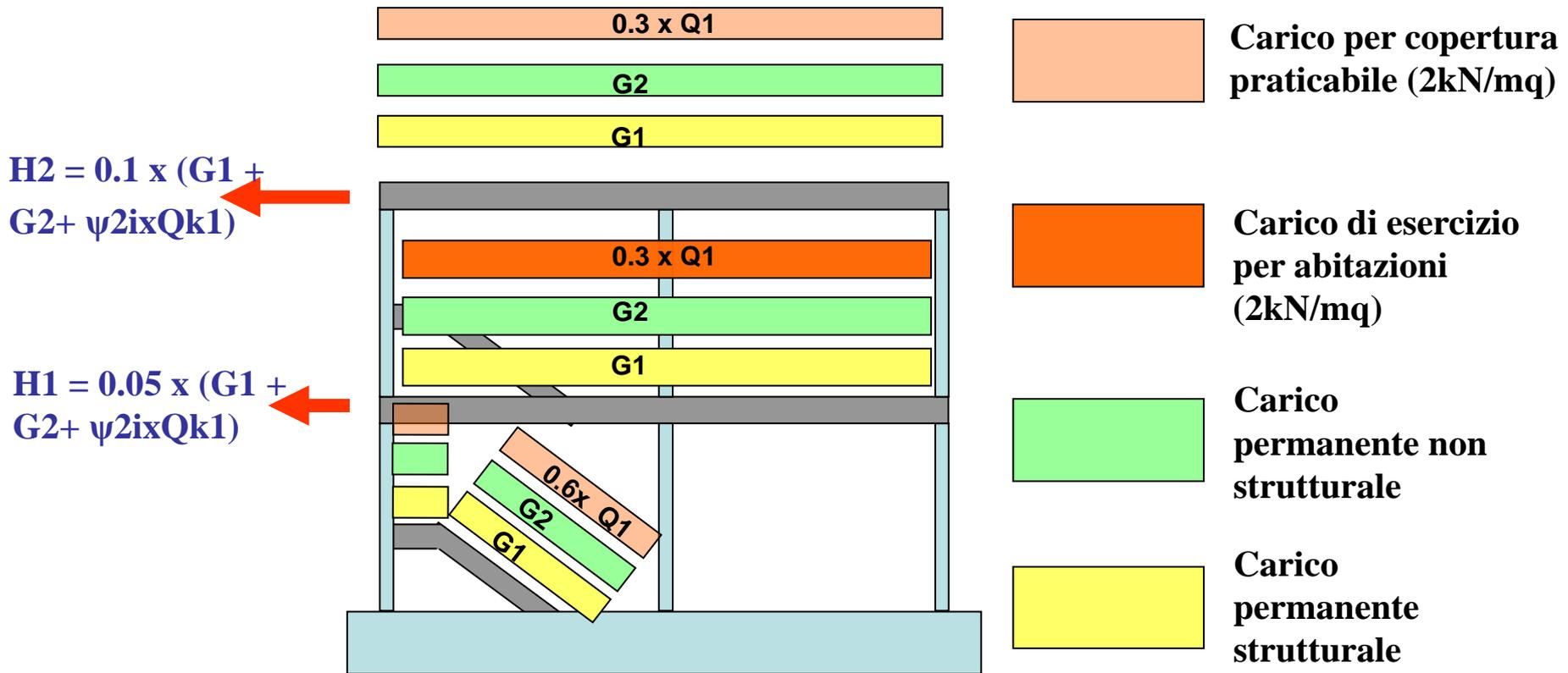
$$F_d = H_1 + H_2 + G_1 + G_2 + \psi_{2i} Q_{k1}$$



# Le combinazioni di carico

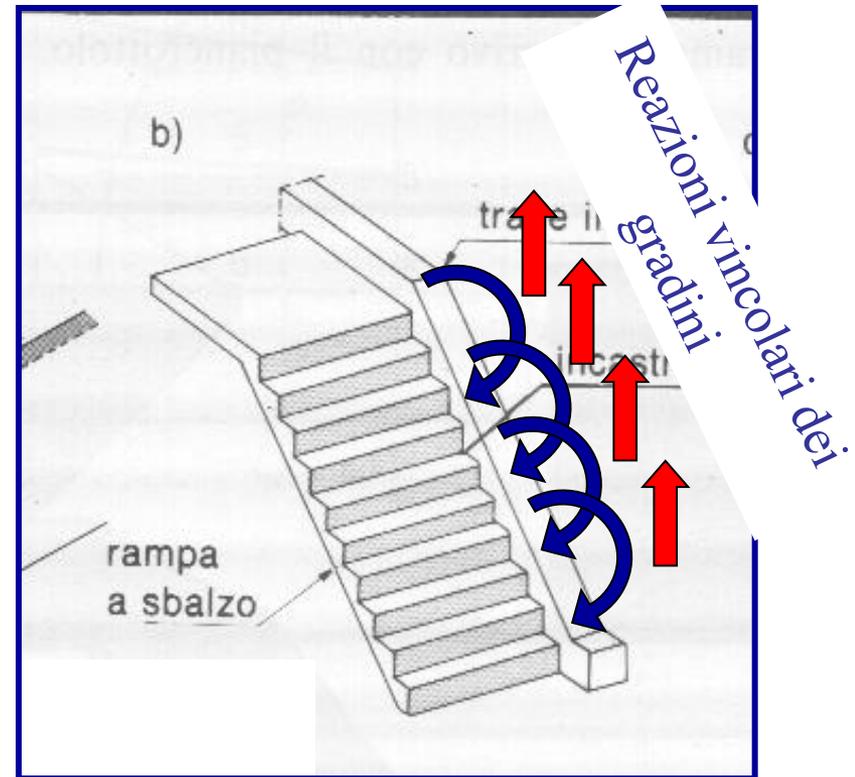
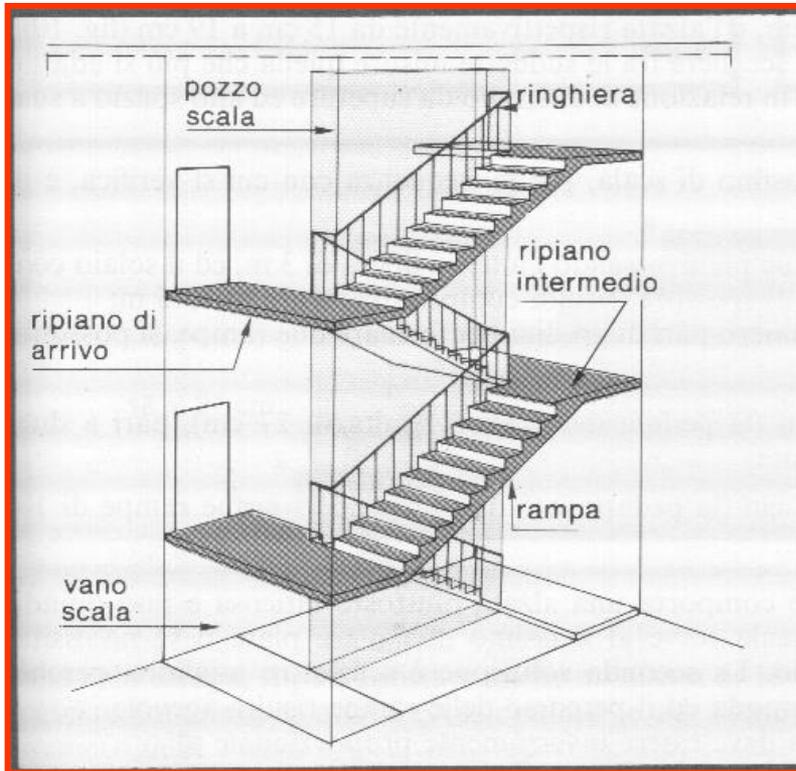
## 4) STATO LIMITE ULTIMO

$$F_d = H_1 + H_2 + G_1 + G_2 + \psi_{2i} Q_{k1}$$



# LA TRAVE A GINOCCHIO

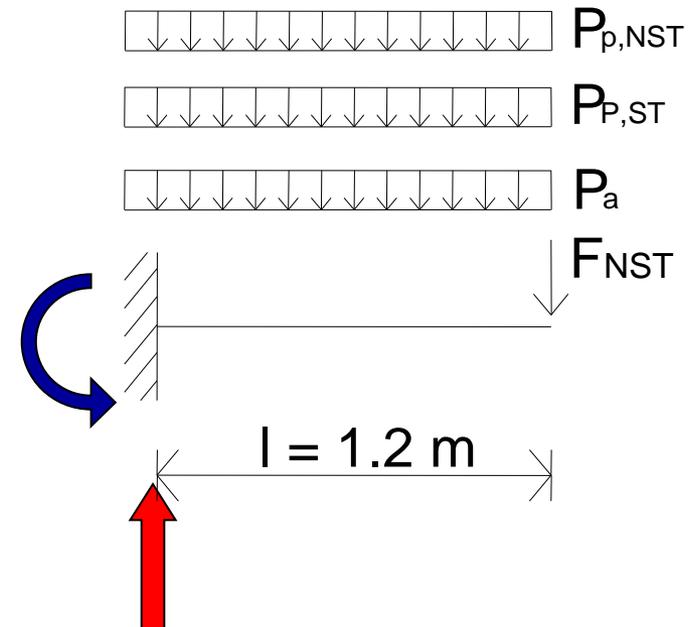
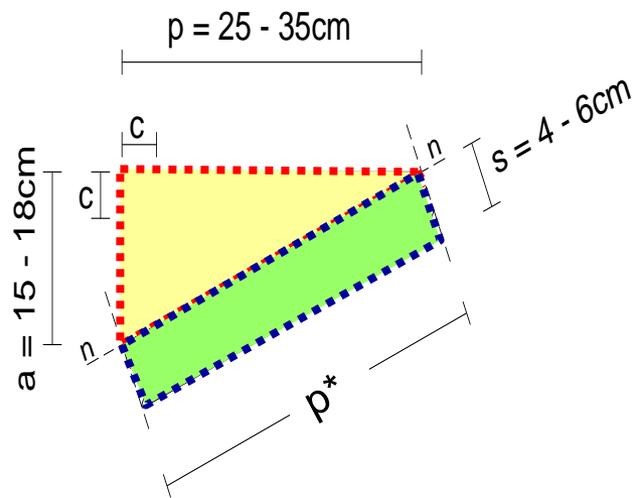
Schema costruttivo della scala con trave a ginocchio



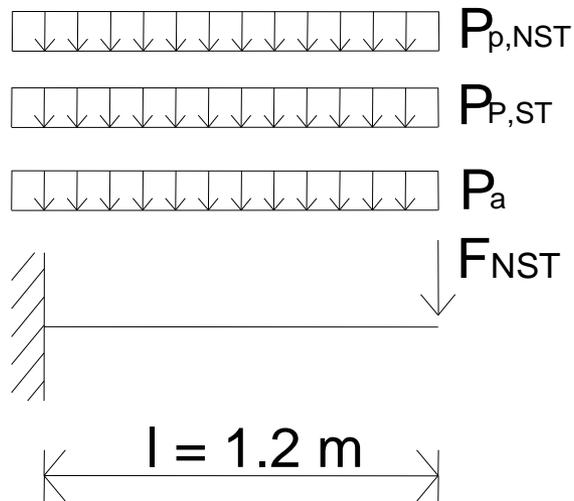
# Gradini a sbalzo (portati dalla trave a ginocchio)

## Progetto dei gradini

Considerando il vincolo d'incastro ogni gradino, o gruppo di gradini, può essere considerato come una mensola indipendente soggetta ad un carico uniformemente distribuito (peso proprio, carichi permanenti e accidentali) e ad un eventuale carico puntuale applicato alla sua estremità libera (parapetto)

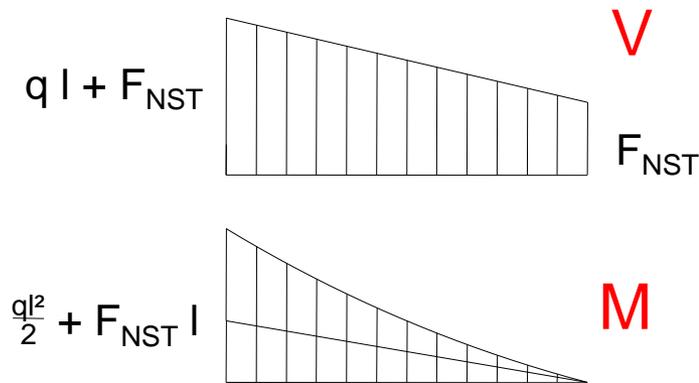


# Gradini a sbalzo (portati dalla trave a ginocchio)



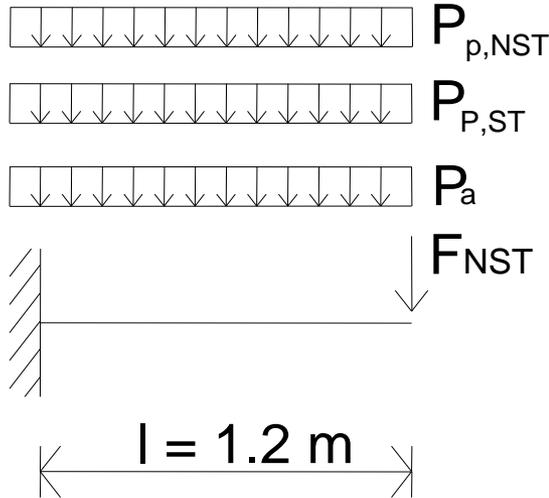
Il carico accidentale previsto dalla Normativa (NTC2018 tab 3.1.II) per scale è  $Q_k = 4 \text{ kN/m}^2$ . Assumiamo che il peso del parapetto sia di  $F_{NST} = 300 \text{ N}$ .

Conoscendo i carichi possiamo calcolare le sollecitazioni sulla fascia di un metro di gradini



Il momento torcente da applicare lungo l'asse della trave a ginocchio è pari al valore del momento flettente all'incastro moltiplicato per il  $\cos\alpha$

# Gradini a sbalzo portati da una trave a ginocchio



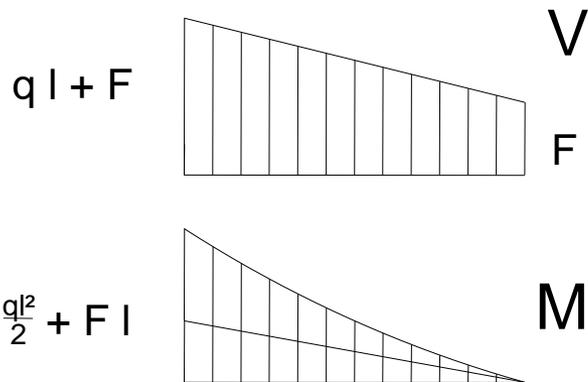
$$\begin{aligned}
 F_d &= \gamma_{g1} G_1 + \gamma_{g2} G_2 + \gamma_q Q_k = \\
 &= 1.3 \cdot P_{p,ST} + 1.5 \cdot P_{p,NST} + 1.5 \cdot P_a = \\
 &= 1.3 \cdot (1.03 \cdot 1.2) + 1.5 \cdot (2 \cdot 1.2) + 1.5 \cdot (4 \cdot 1.2) = \\
 &= 12.4 \text{ kN/m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_{sd} &= F_d + \gamma_{g2} \cdot F_{NST} = \\
 &= 12.4 + 0.3 \cdot 1.5 = 12.8 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_{sd} &= F_d \cdot l^2 / 2 + \gamma_{g2} \cdot F_{NST} \cdot l = \\
 &= (12.4 \cdot 1.44) / 2 + 1.5 \cdot 0.3 \cdot 1.2 = 9.5 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

Il momento torcente da applicare lungo l'asse della trave a ginocchio è:

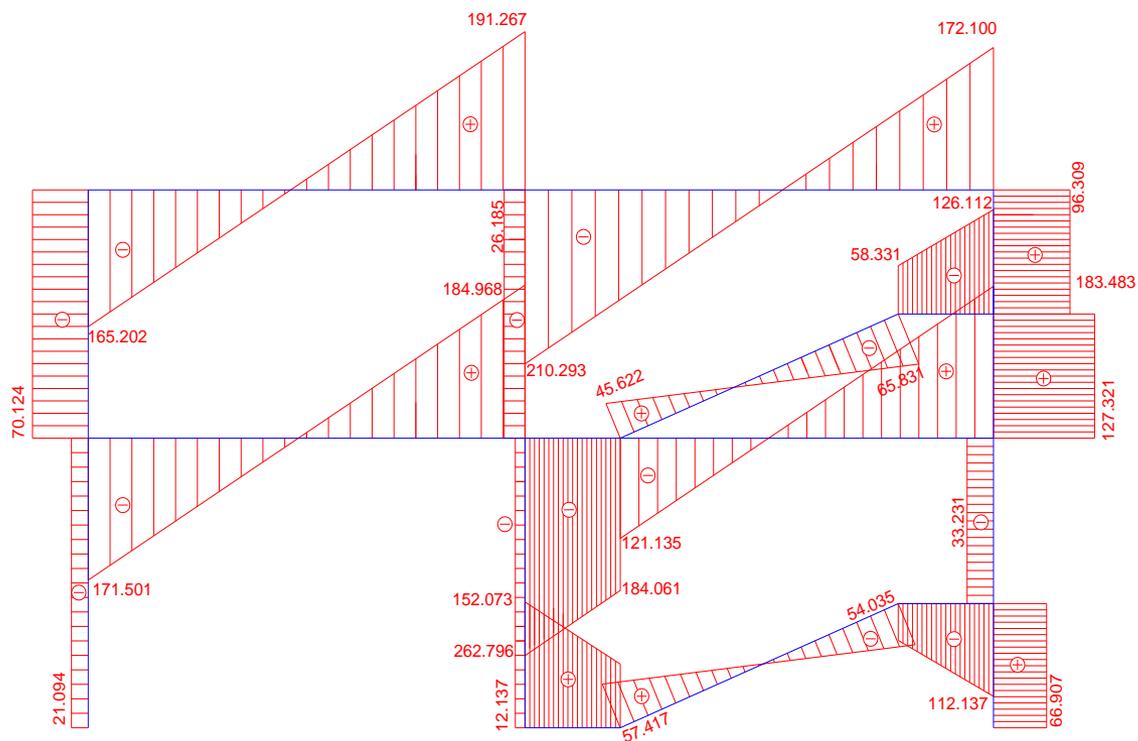
$$M_d = M_{sd} \cdot \cos \alpha = 9.5 \cdot \cos 23.2 = 8.7 \text{ kNm}$$



# Progetto di un telaio piano in c.a.

## Analisi delle sollecitazioni

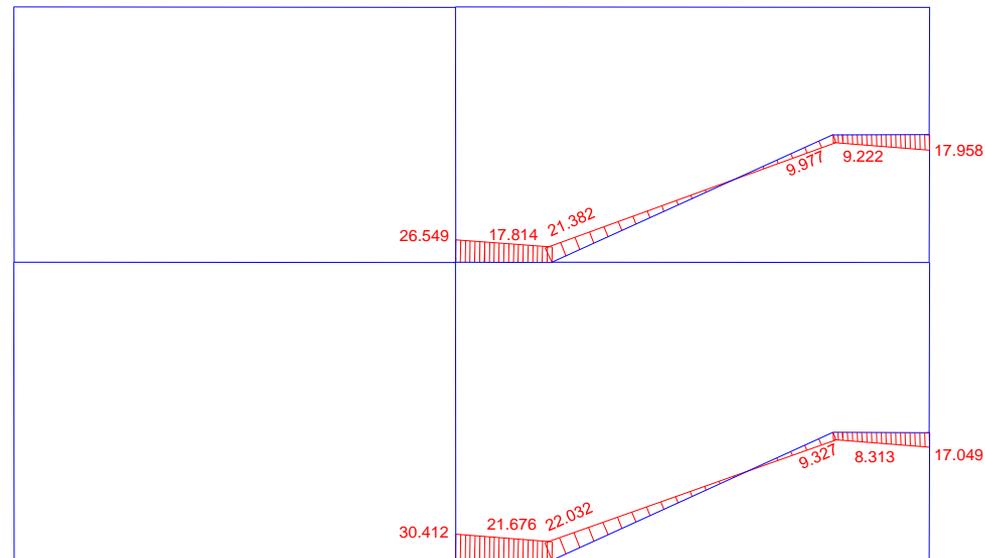
### DIAGRAMMA DEL TAGLIO



# Progetto di un telaio piano in c.a.

## Analisi delle sollecitazioni

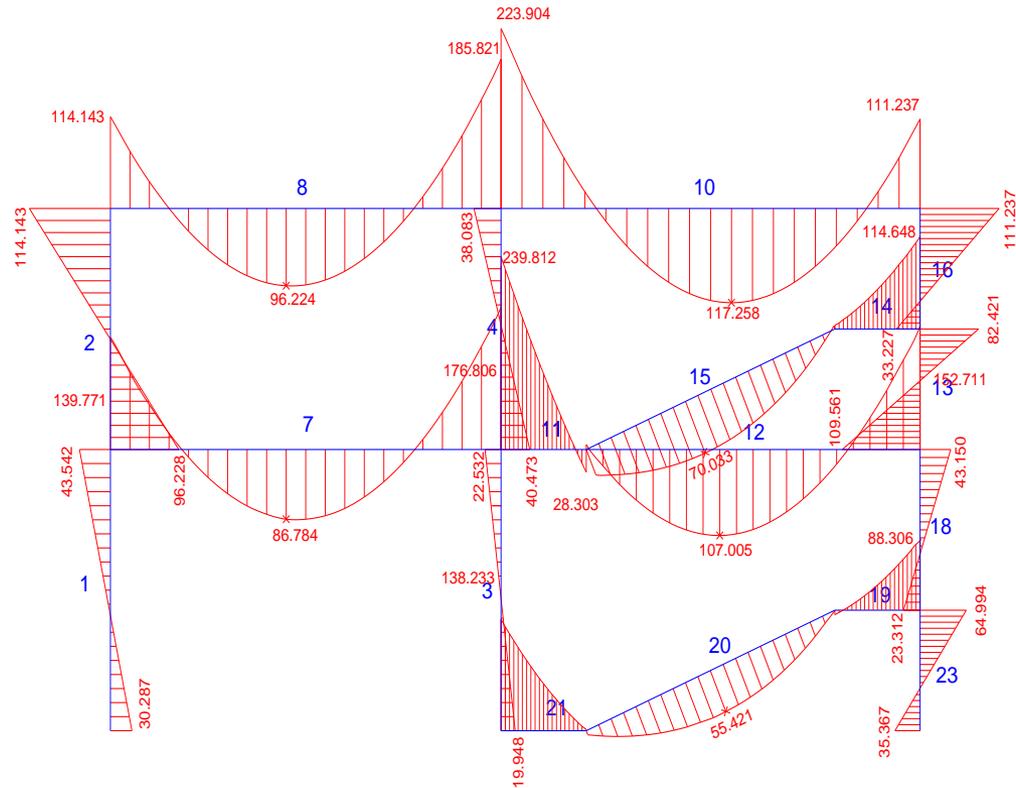
### DIAGRAMMA DEL MOMENTO TORCENTE



# Progetto di un telaio piano in c.a.

## Analisi delle sollecitazioni

### DIAGRAMMA DEL MOMENTO FLETTENTE



# TRASLAZIONE DEL DIAGRAMMA DEI MOMENTI

---

La normativa NTC2018 (§4.1.2.3.5.2) impone la correzione sul diagramma d'involuppo dei momenti delle travi dovuta all'interazione tra il momento flettente ed il taglio

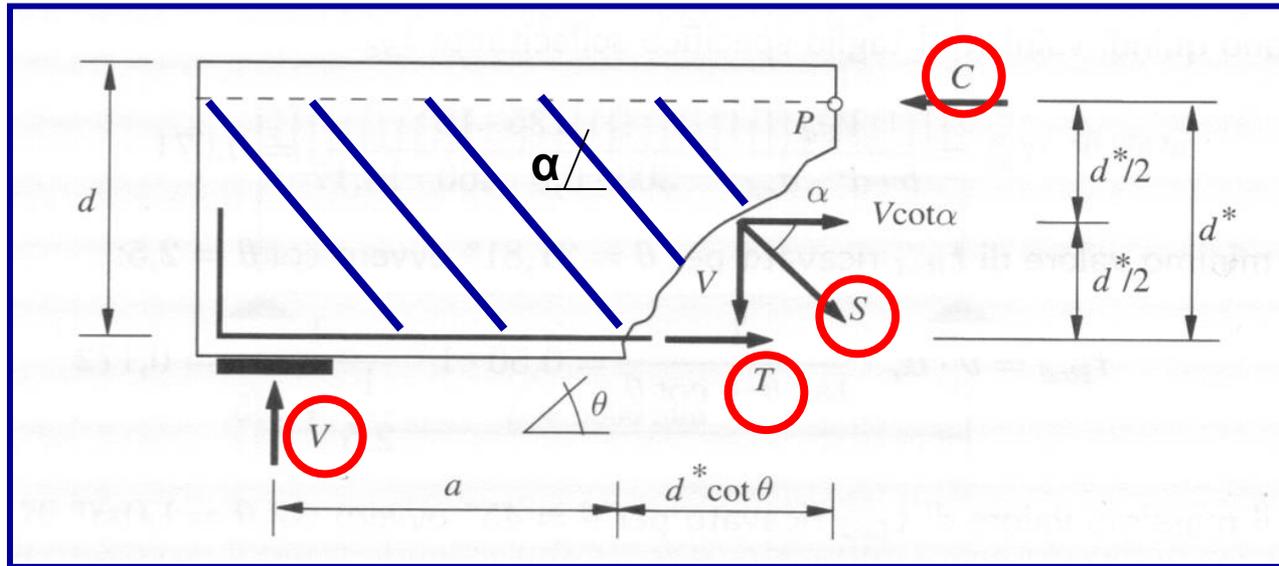
Per gli elementi armati a taglio, le armature longitudinali devono essere progettate considerando un diagramma dei momenti “traslato” di una quantità  $a_1$  nella direzione che dà luogo ad un aumento del valore assoluto del momento flettente:

$$a_1 = 0.9 d (\cot\theta - \cot\alpha)/2 \geq 0$$

dove  $\alpha$  è l'angolo d'inclinazione delle armature a taglio e  $\theta$  è l'angolo di inclinazione delle bielle compresse.

# TRASLAZIONE DEL DIAGRAMMA DEI MOMENTI

La formazione delle fessure diagonali a taglio comporta un aggravio della tensione nell'armatura tesa (rispetto a quella che si otterrebbe considerando la sola flessione).



Equilibrio alla rotazione intorno al punto P:

$$T \cdot d^* - V(a + d^* \cot \theta) + V \cdot \frac{d^*}{2} \cdot \cot \theta + V \cot \alpha \frac{d^*}{2} = 0$$

da cui:

$$T = \frac{V}{d^*} \left[ a + \frac{d^*}{2} (\cot \theta - \cot \alpha) \right] = \frac{|M|}{d^*} + \frac{|V|}{2} (\cot \theta - \cot \alpha)$$

# TRASLAZIONE DEL DIAGRAMMA DEI MOMENTI

---

A causa delle lesioni diagonali a taglio lo sforzo nell'armatura longitudinale tesa all'ascissa  $z=a$  dall'appoggio è prodotto dal momento flettente che si verifica nella sezione di ascissa:

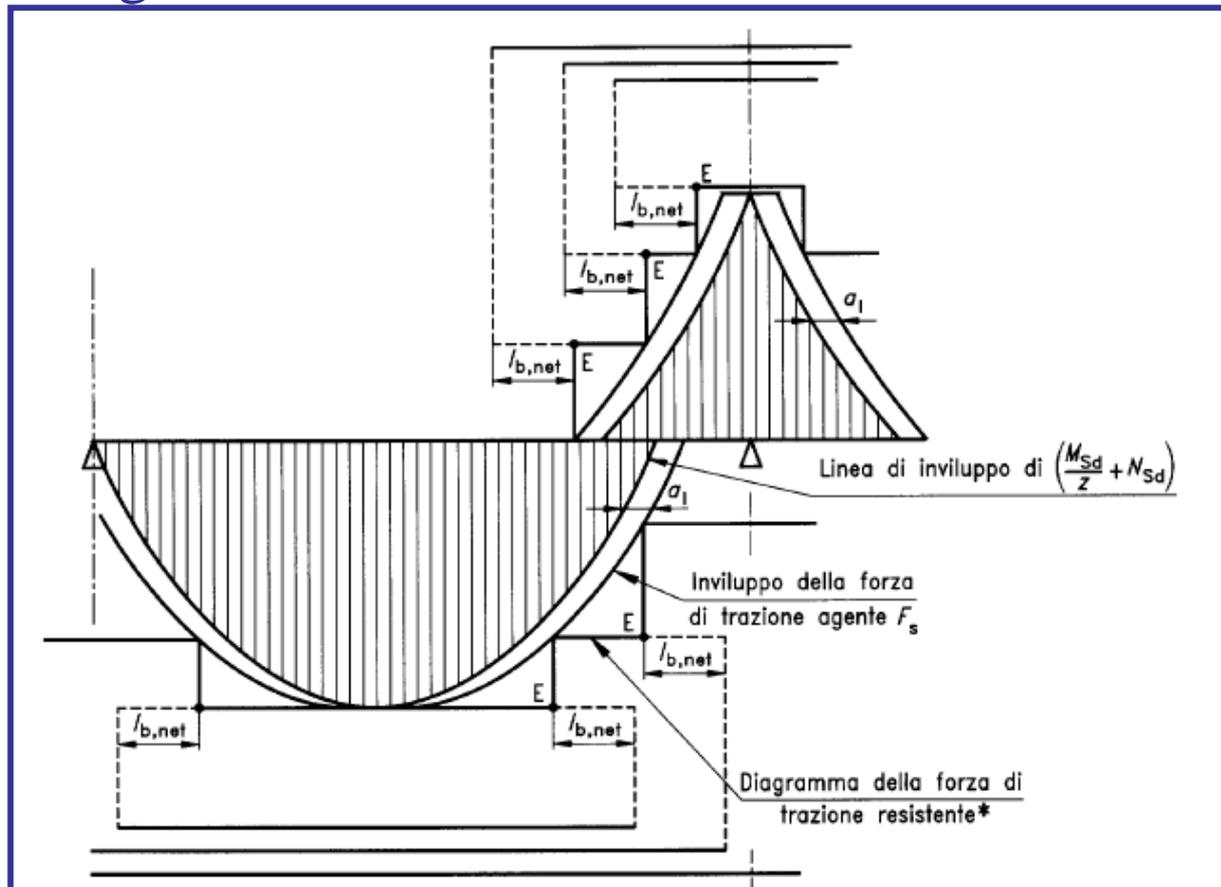
$$z = a + d^*/2(\cot\theta - \cot\alpha)$$

Operativamente questo comporta che la verifica dell'armatura longitudinale tesa debba essere effettuata traslando il diagramma del momento di calcolo per lo stato limite ultimo della quantità:

$$d^*/2(\cot\theta - \cot\alpha)$$

# TRASLAZIONE DEL DIAGRAMMA DEI MOMENTI

Esempio di diagramma del momento flettente le cui ordinate sono traslate lungo l'asse della trave nel verso tale da estendere l'area del diagramma delle sollecitazioni.





# PRESCRIZIONI DI NORMATIVA

## ARMATURE LONGITUDINALI

La normativa (NTC2018, § 4.1.6.1.1) fornisce alcune indicazioni sulla quantità minima di armatura longitudinale delle travi.

Alle estremità delle travi deve essere disposta un'armatura inferiore, convenientemente ancorata, in grado di assorbire allo stato limite ultimo uno sforzo di trazione pari al taglio  $V_d$ .

*Nella sezione di appoggio ( $a = 0$ ) trascurando il contributo delle staffe si ottiene ( $S = 0$ ,  $V \cos \alpha = 0$ ) e dunque per l'equilibrio del concio si ha:*

$$T = \frac{V}{d^*} \left[ a + \frac{d^*}{2} (\cot \theta - \cot \alpha) \right] \Rightarrow T \cdot d^* - V \cdot d^* \cot \theta = 0 \Rightarrow T = V \cdot \cot \theta$$

**Armatura minima  
inferiore**

$$A_s = \frac{T}{f_{yd}} = \frac{V \cot \theta}{f_{yd}} \Rightarrow$$

$$A_{s,\min} = V_d / f_{yd}$$

# PRESCRIZIONI DI NORMATIVA

---

## ARMATURE LONGITUDINALI

La percentuale di armatura, in zona **tesa** o **compressa** non deve superare il seguente limite:

$$A_{s,max} = 0.04 \cdot A_c$$

dove  $A_c$  è l'area della sezione

In **zona tesa** l'area dell'armatura minima deve essere pari a:

$$A_{s,min} = 0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_t \cdot d \geq 0.0013 \cdot b_t \cdot d$$

dove  $b_t$  è la larghezza media della zona tesa

# PROGETTO ARMATURE LONGITUDINALI DELLE TRAVI

I dati delle travi riportate nell'esempio sono:

$$H = 55\text{cm} \quad b_t = 30 \text{ cm} \quad d' = 3 \text{ cm} \quad d = 52 \text{ cm} \quad A_c = 1560 \text{ cm}^2$$

La trave ha staffe a due braccia quindi si avranno, come minimo, 2 correnti inferiori e 2 correnti superiori

L'area minima di armatura nelle zone tese deve essere:

$$A_{s,\min} = 0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_t \cdot d = 0.26 \frac{2.2}{450} \cdot 30 \cdot 52 = 1.98\text{cmq}$$

$$A_{s,\min} = 0.0013 \cdot b_t \cdot d = 0.0013 \cdot 30 \cdot 52 = 2.02\text{cmq}$$



$$A_{s,\min} = 2.02\text{cmq}$$

# PROGETTO ARMATURE LONGITUDINALI DELLE TRAVI

---

Infine, l'armatura minima in una generica sezione deve essere in grado di assorbire il momento flettente di calcolo

$$A_{s,min} = M_d / (0.9 \cdot d \cdot f_{yd})$$

con  $A_{s,min}$  area minima di ferro,

$M_d$  = momento di calcolo espresso,

$d$  = altezza utile della sezione  $d = H - d'$  ( $d'$  = copriferro)

$f_{yd}$  = resistenza di calcolo dell'acciaio

**ATTENZIONE:** nel dimensionamento si deve tenere in conto che la dimensione del copriferro e dell'interferro devono essere tali da garantire un getto compatto consentendo il passaggio degli inerti

# PROGETTO ARMATURE LONGITUDINALI DELLE TRAVI

---

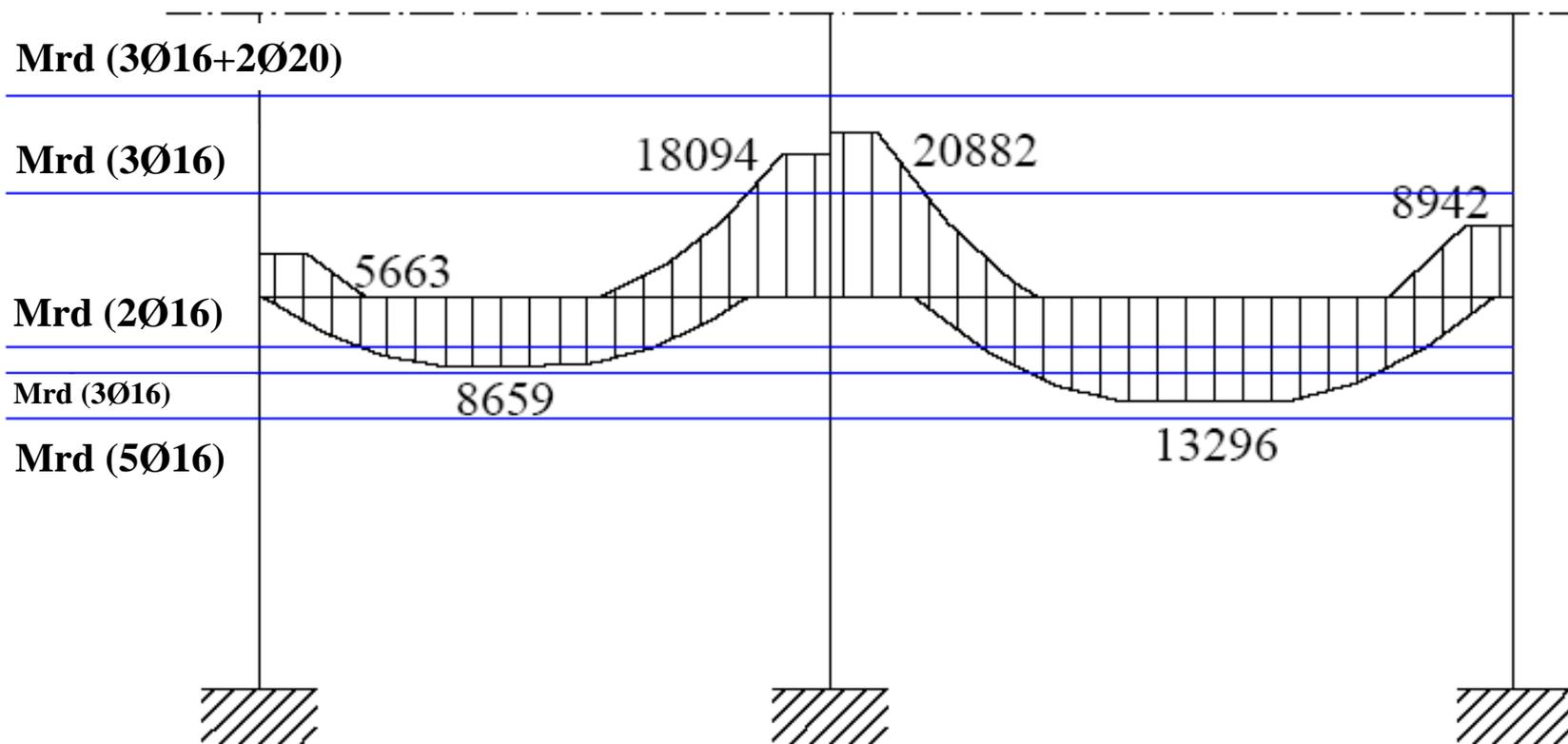
Dopo aver trasformato le aree di acciaio minimo in tondini, è necessario stabilire la disposizione dei ferri, dove interromperli, dove aggiungerli ecc ...

Questa operazione può essere svolta graficamente attraverso il diagramma dei **MOMENTI ULTIMI RESISTENTI**

E' necessario poi aggiungere la lunghezza di ancoraggio a ciascuna barra ed ancorare i ferri alle estremità

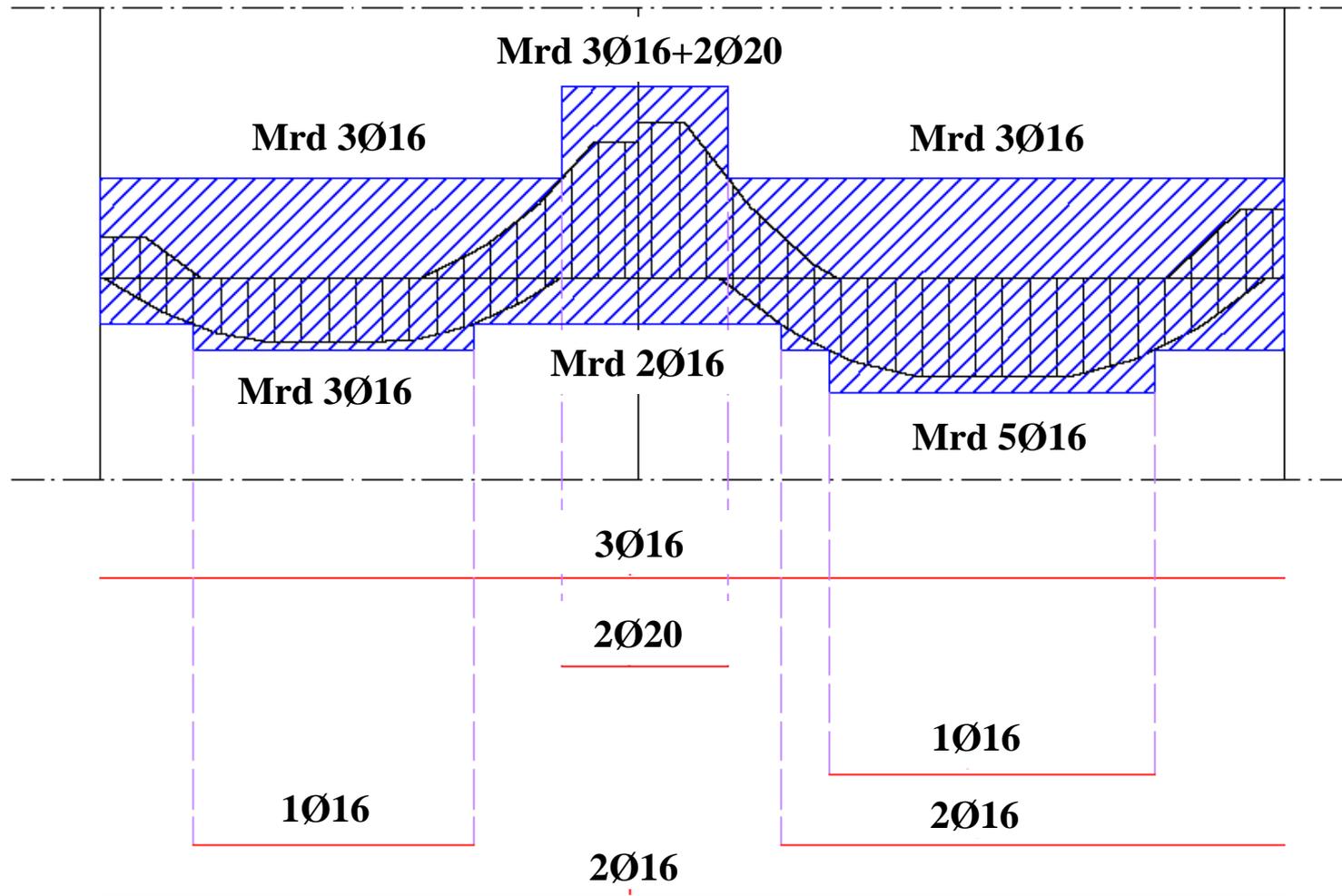
# PROGETTO ARMATURE LONGITUDINALI DELLE TRAVI

## DIAGRAMMA DEI MOMENTI AGENTI-RESISTENTI



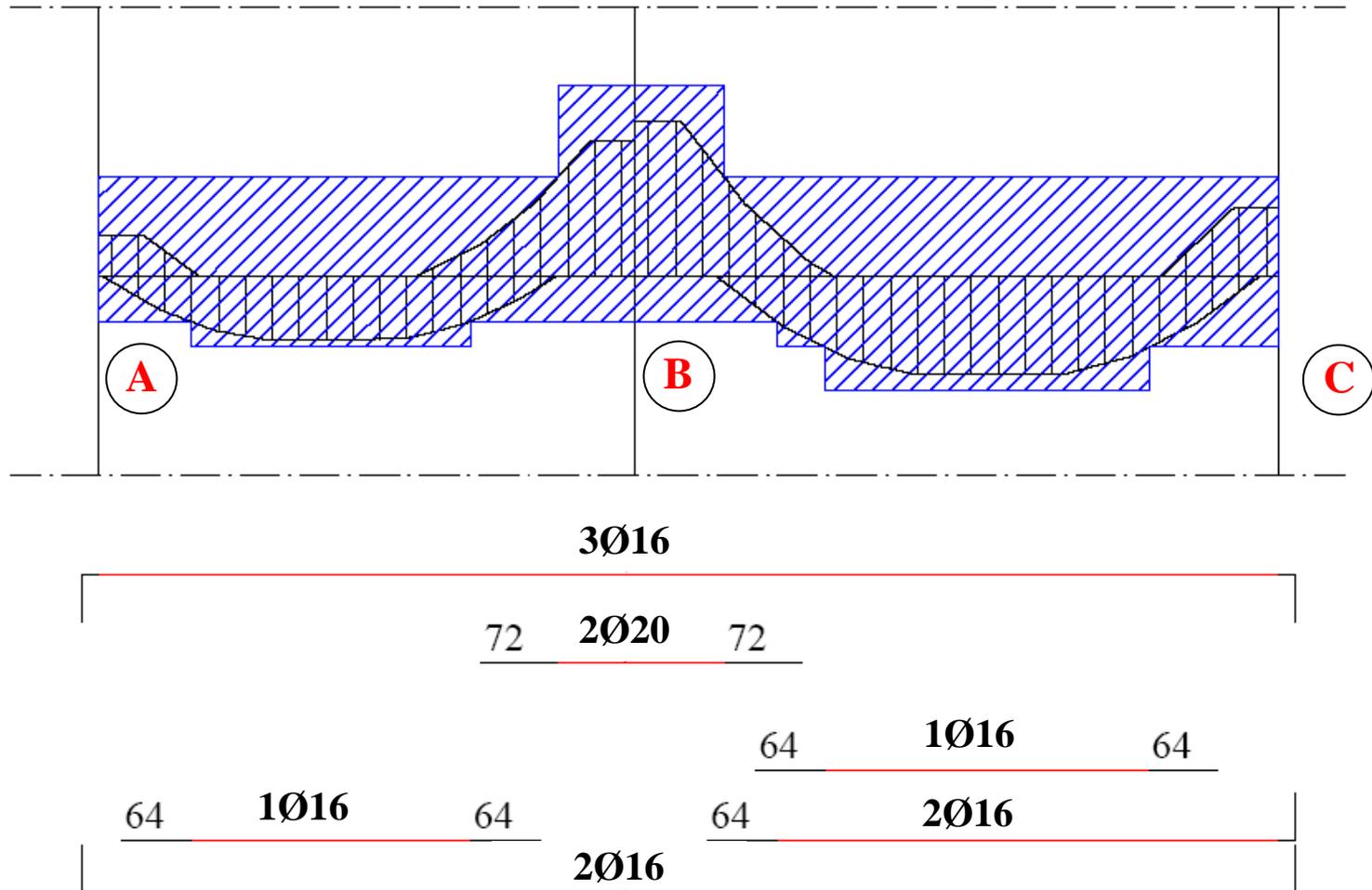
# PROGETTO ARMATURE LONGITUDINALI DELLE TRAVI

## DIAGRAMMA DEI MOMENTI AGENTI-RESISTENTI



# PROGETTO ARMATURE LONGITUDINALI DELLE TRAVI

## LUNGHEZZE DI ANCORAGGIO



# PROGETTO ARMATURE LONGITUDINALI DELLE TRAVI

## LUNGHEZZE DI ANCORAGGIO

### 4.1.2.1.1.4 Tensione tangenziale di aderenza acciaio-calcestruzzo

La resistenza tangenziale di aderenza di calcolo  $f_{bd}$  vale:

$$f_{bd} = f_{bk} / \gamma_c \quad (4.1.7)$$

dove:

$\gamma_c$  è il coefficiente parziale di sicurezza relativo al calcestruzzo, pari a 1,5;

$f_{bk}$  è la resistenza tangenziale caratteristica di aderenza data da:

$$f_{bk} = 2,25 \cdot \eta \cdot f_{ctk} \quad (4.1.8)$$

in cui

$\eta = 1,0$  per barre di diametro  $\phi \leq 32$  mm

$\eta = (132 - \phi)/100$  per barre di diametro superiore.

Nel caso di armature molto addensate o ancoraggi in zona di calcestruzzo teso, la resistenza di aderenza va ridotta dividendola almeno per 1,5.

$$f_{ctk} = 0.7 \times f_{ctm} = 1.54 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{bd} = 2.31 \text{ N/mm}^2$$

# PROGETTO ARMATURE LONGITUDINALI DELLE TRAVI

---

## LUNGHEZZE DI ANCORAGGIO

Ipotesi di ripartizione uniforme delle tensioni tangenziali di aderenza in zone di *calcestruzzo compatto*

$$f_{bd} = 2.25 f_{ctk} / \gamma_c \quad \text{aderenza migliorata} \quad [\text{NOTA: } f_{ctk} = 0.7 \cdot f_{ctm}]$$

Tenendo conto dell'equilibrio tra la forza di trazione nella barra e la risultante delle tensioni tangenziali lungo il suo perimetro si può calcolare la lunghezza di ancoraggio come:

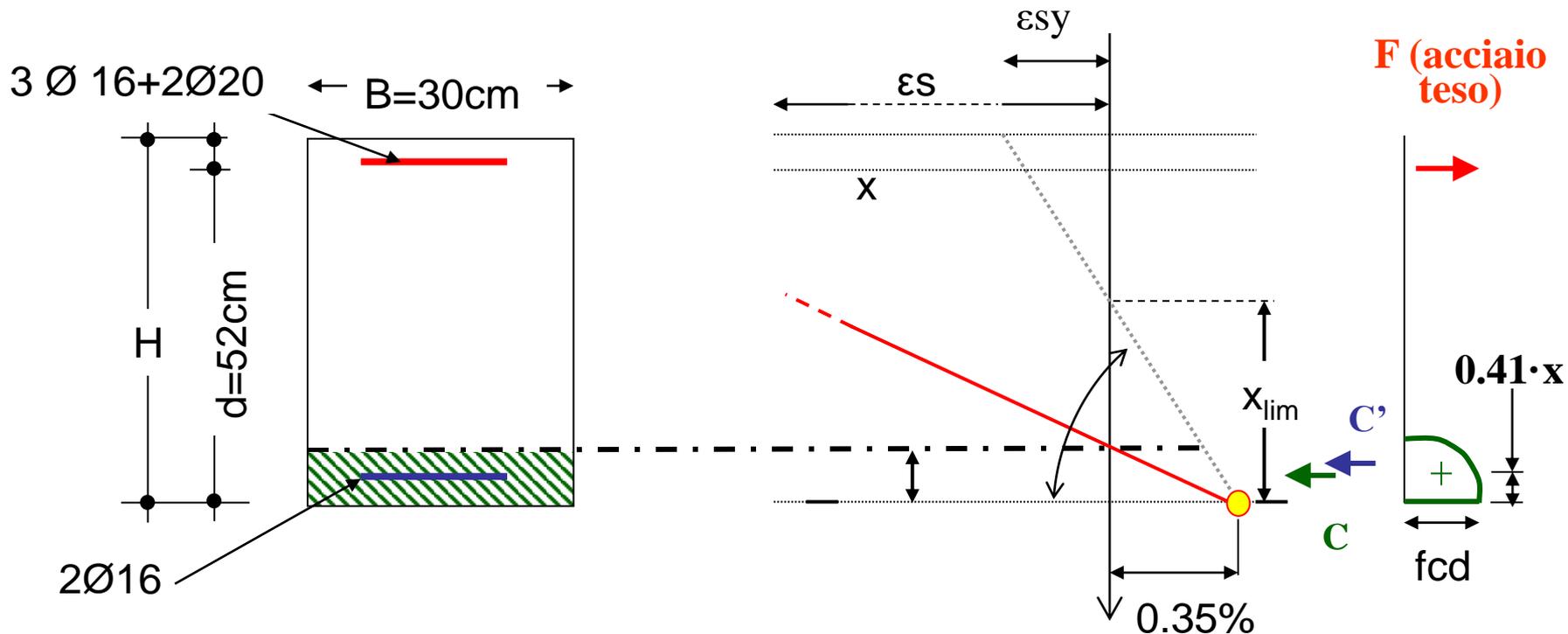
$$L_b = (f_{yd} \cdot \Phi) / 4f_{bd}$$

$L_b$  non può comunque essere inferiore a  $20 \Phi$  o 15 cm. Spesso, si approssima  $L_b = 40 \Phi$

# Verifiche a flessione semplice

Sezione B. Ipotizziamo che la regione sia la 2  
 a.n.  $c' = x < x_{lim}$ ;  $\psi = 0.809$ ;  $\lambda = 0.416$

$$x_{lim} = \frac{0.35\% \cdot d}{0.35\% + \varepsilon_{yd}} = \frac{0.0035 \cdot 520}{0.0035 + 0.00183} = 341.4 \text{ mm}$$

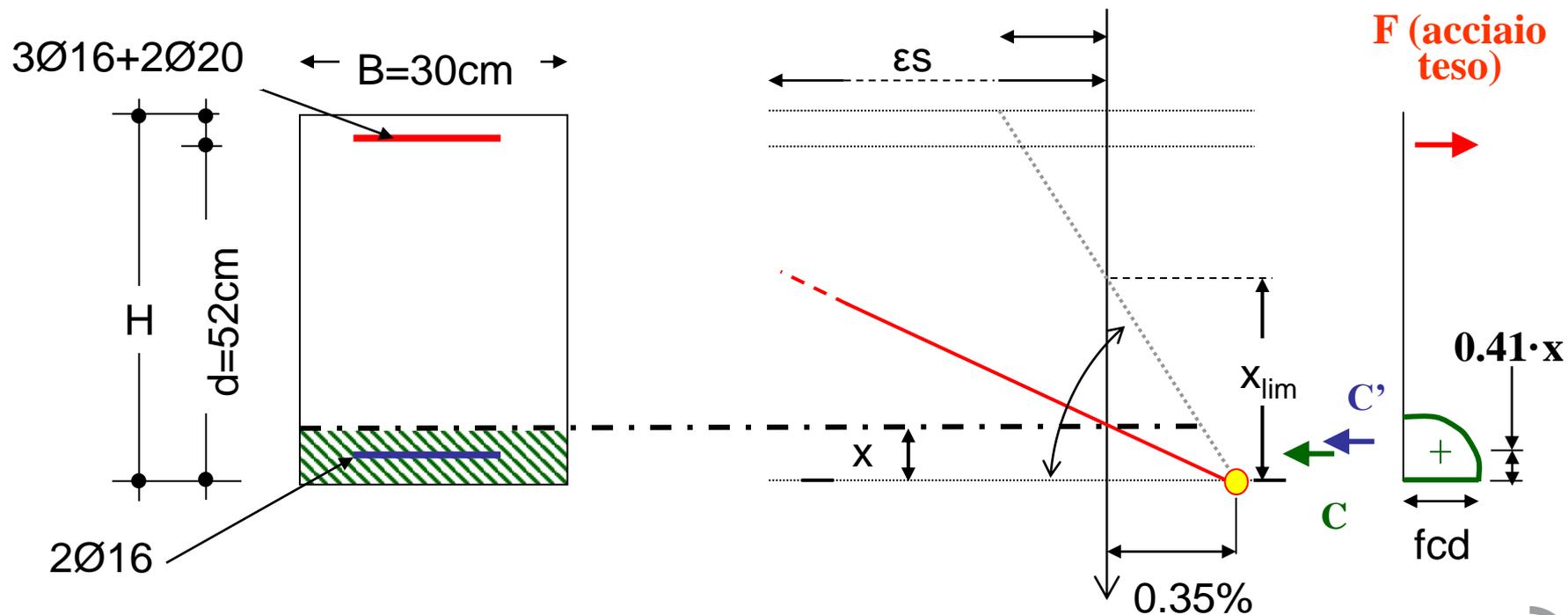


# Verifiche a flessione semplice

La posizione dell'asse neutro è valutata imponendo l'equilibrio alla traslazione delle risultanti di compressione e di trazione:

$$N_{Sd} = -B \cdot \psi \cdot x \cdot f_{cd} - A'_s \cdot f_{yd} + A_s \cdot f_{yd} = 0 \Rightarrow x = \frac{(A_s - A'_s) \cdot f_{yd}}{B \cdot \psi \cdot f_{cd}} = \frac{(1231 - 402) \cdot 391.3}{300 \cdot 0.81 \cdot 11.7} = 114 < 341 \text{ mm} = x_{lim}$$

**!!bisogna verificare l'ipotesi di acciaio compresso snervato!!**



# Verifiche a flessione semplice

Dalla similitudine dei triangoli definiti dalla posizione dell'asse neutro e dal valore delle deformate del cls e dell'acciaio compresso risulta:

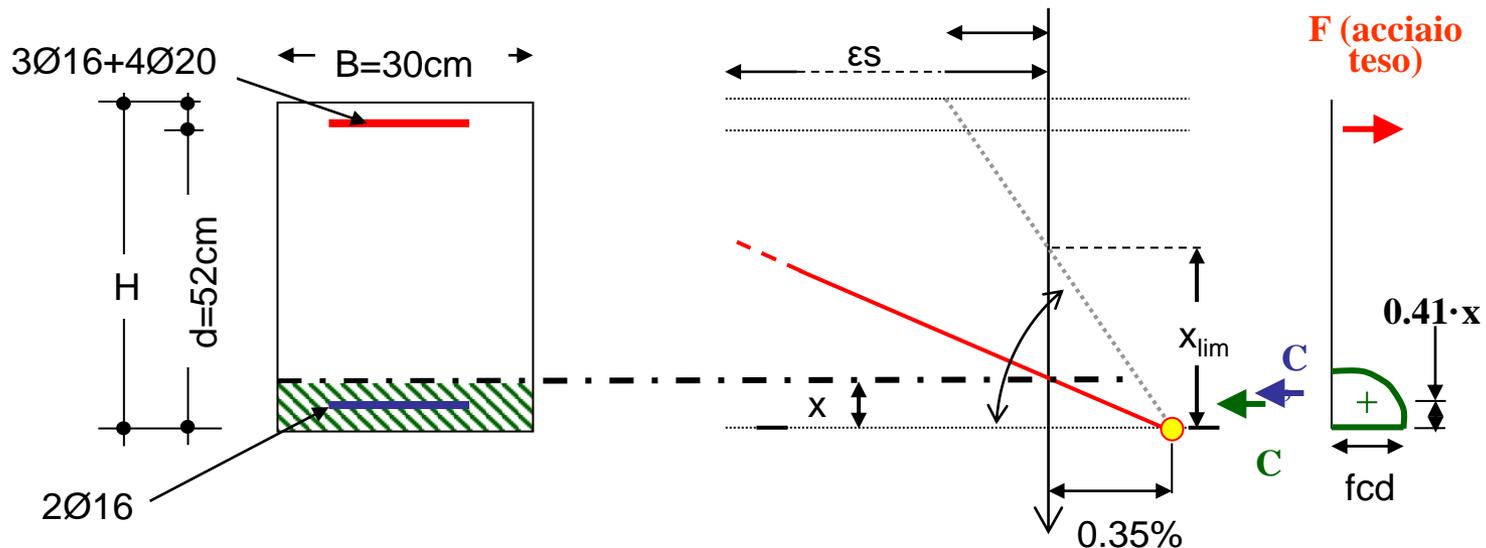
$$\frac{x}{0.0035} = \frac{x - c}{\varepsilon_s} \Rightarrow \varepsilon_s = \frac{0.0035 \cdot (114 - 30)}{114} = 0.0026 = 0.26\%$$

Il limite di deformazione in corrispondenza dello snervamento è:

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{391.3}{210000} = 0.00186 = 0.183\% < 0.26 = \varepsilon_s$$



acciaio  
compresso  
snervato



# Verifiche a flessione semplice

Il valore del momento resistente è valutato imponendo l'equilibrio alla rotazione delle risultanti di trazione e di compressione rispetto a qualsiasi asse (es: H/2):

$$M_{Rd} = B \cdot \psi \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (H/2 - \lambda \cdot x) + A'_s \cdot f_{yd} (H/2 - c') + A_s \cdot f_{yd} (H/2 - c)$$

$$M_{Rd} = 300 \cdot 0.81 \cdot 114 \cdot 11.7 \cdot (275 - 0.41 \cdot 114) + 402 \cdot 391.3 \cdot (275 - 30) + 1231 \cdot 391.3 \cdot (275 - 30) =$$

$$= 230 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 230 \text{ kNm} > 208 \text{ kNm} = M_{sd} \Rightarrow \text{verificato}$$

Il momento resistente risulta maggiore di quello agente:

**LA SEZIONE è VERIFICATA**

# VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TAGLIO

## ELEMENTI CON ARMATURE TRASVERSALI RESISTENTI A TAGLIO

La verifica allo SLU per elementi con armature trasversale resistente a taglio è soddisfatta se:

$$V_{Rd} \geq V_{Ed}$$

dove  $V_{Ed}$  è il valore dello sforzo di taglio agente e  $V_{Rd}$  è il taglio resistente pari al minimo tra il valore del taglio “compressione”  $V_{Rcd}$  e taglio “trazione”  $V_{Rsd}$  :

$$V_{Rd} = \min (V_{Rcd}; V_{Rsd})$$

# VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TAGLIO

## ELEMENTI CON ARMATURE TRASVERSALI RESISTENTI A TAGLIO

### Taglio “compressione”

La resistenza delle bielle compresse di cls si valuta attraverso la seguente espressione:

$$V_{Rcd} = 0.9 \cdot d \cdot b_w \cdot \alpha_C \cdot f'_{cd} \cdot (\cot \alpha + \cot \theta) / (1 + \cot^2 \theta)$$

$b_w$  è la larghezza minima della sezione;

$d$  è l'altezza utile della sezione;

$\alpha$  angolo di inclinazione dell'armatura trasversale rispetto all'asse della trave;

$f'_{cd}$  resistenza a compressione ridotta del calcestruzzo d'anima ( $f'_{cd} = 0,5 \times f_{cd}$ );

$\theta$  angolo di inclinazione delle bielle di cls  $1 \leq \cot \theta \leq 2.5$

$\alpha_c$  coefficiente maggiorativo pari a: 1 per membrane non compresse

1 +  $\sigma_{cp}/f_{cd}$   $0 \leq \sigma_{cp} < 0.25f_{cd}$

1,25  $0.25f_{cd} \leq \sigma_{cp} \leq 0.5f_{cd}$

2,5(1 -  $\sigma_{cp}/f_{cd}$ )  $0.5f_{cd} < \sigma_{cp} < f_{cd}$

$\sigma_{cp}$  è la tensione media di compressione della sezione;

# VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TAGLIO

## ELEMENTI CON ARMATURE TRASVERSALI RESISTENTI A TAGLIO

### Taglio “trazione”

La resistenza delle armature trasversali si valuta attraverso la seguente espressione:

$$V_{Rsd} = 0.9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{yd} \cdot (\cot \alpha + \cot \theta) \cdot \text{sen} \alpha$$

$A_{sw}$  è l'area dell'armatura trasversale;

$d$  è l'altezza utile della sezione;

$s$  interasse tra due armature trasversali consecutive;

$\alpha$  angolo di inclinazione dell'armatura trasversale rispetto all'asse della trave;

$f_{yd}$  resistenza di calcolo dell'acciaio;

$\theta$  angolo di inclinazione delle bielle di cls  $1 \leq \cot \theta \leq 2.5$

# VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TAGLIO

---

## FASE DI PROGETTO

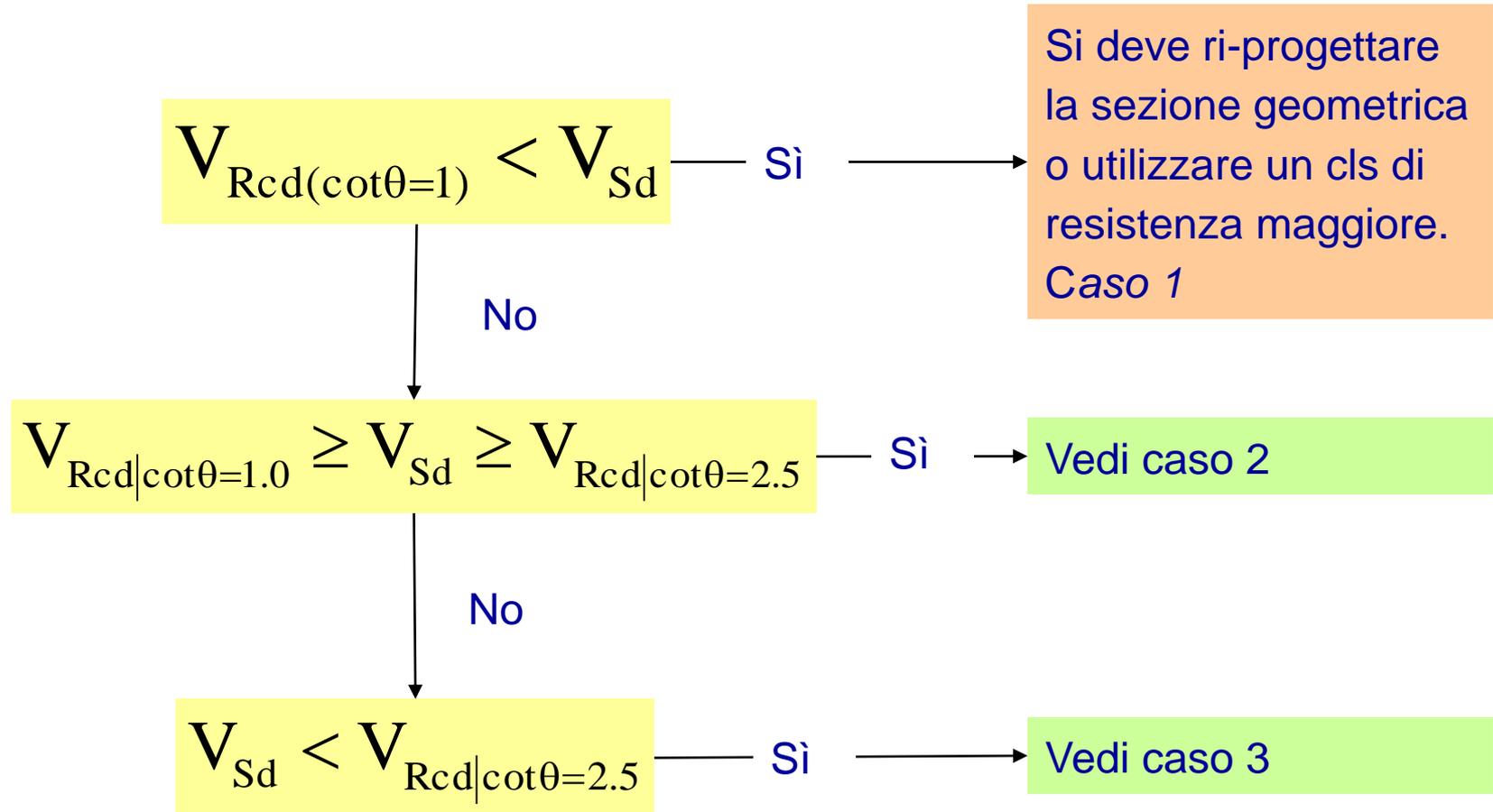
- 1) Controllo che  $V_{sd} \leq V_{Rcd}(\cot\theta=1)$
- 2) Determinazione del valore  $\cot\theta$
- 3) Controllo del rispetto dei limiti di normativa:  $1 \leq \cot \theta \leq 2.5$
- 4) Calcolo dell'armatura a taglio
- 5) Controllo dei minimi di armatura da normativa

## FASE DI VERIFICA

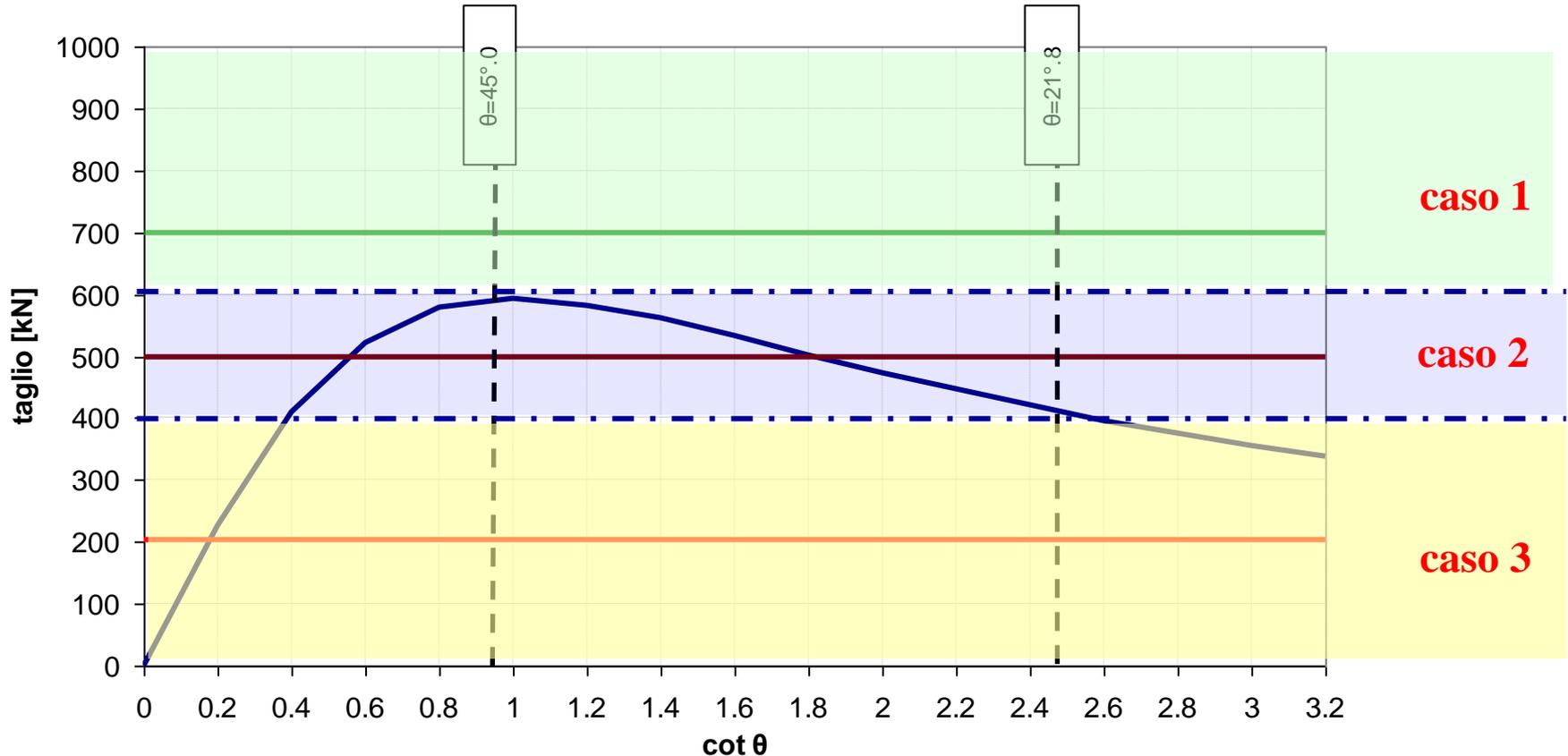
- 1) Determinazione del valore di  $\cot\theta$
- 2) Controllo del rispetto dei limiti di normativa:  $1 \leq \cot\theta \leq 2.5$
- 3) Calcolo del taglio resistente  $V_{rd}$  della sezione
- 4) Confronto taglio resistente – taglio di calcolo  $V_{Rd}(\min) \geq V_{Sd}$

# Il Progetto delle armature

Per la progettazione delle armatura si procedere secondo il seguente schema:



# Il Progetto delle armature



— Funzione taglio "compressione",  $V_{rcd}$

— Valori di Taglio agente  $V_{sd}$

# Il Progetto delle armature

Caso 2.  $V_{Rcd|cot\theta=1.0} \geq V_{Sd} \geq V_{Rcd|cot\theta=2.5}$

Il valore della  $\cot\theta$  è valutato attraverso l'uguaglianza tra il taglio agente  $V_{Sd}$  e quello resistente del cls  $V_{Rcd}$  (taglio "compressione") :

$$V_{Rcd} = V_{Sd} \Rightarrow \cot \theta = f(V_{Sd}, d, b_w, \alpha_C, f'_{cd}, \cot \alpha)$$

Noto il valore di  $\cot\theta$  l'armatura a taglio è determinata attraverso l'uguaglianza tra il taglio agente  $V_{Sd}$  e quello resistente "trazione"  $V_{Rsd}$ , dove l'unica incognita è il rapporto  $A_{sw}/s$ .

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Sd}}{0.9 \cdot d \cdot f_{yd} \cdot (\cot \alpha + \cot \theta) \cdot \sin \alpha}$$

$A_{sw}$  è l'area dell'armatura trasversale  
 $s$  interasse tra due armature trasversali consecutive

# Il Progetto delle armature

Caso 3.  $V_{Sd} < V_{Rcd|cot\theta=2.5}$

Il progetto dell'armatura a taglio (rapporto  $A_{sw}/s$ ) viene eseguito imponendo l'uguaglianza tra il taglio agente  $V_{Sd}$  e quello resistente dell'armatura  $V_{Rsd}$  (taglio "trazione") in corrispondenza di  $\cot\theta = 2.5$  :

$$V_{Sd} = V_{Rsd|cot\theta=2.5} = A_{sw} \cdot f_{yd} \cdot \frac{0.9d}{s} \cdot \text{sen}\alpha \cdot (\cot\alpha + 2.5)$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Sd}}{0.9 \cdot d \cdot f_{yd} \cdot (\cot\alpha + 2.5) \cdot \text{sen}\alpha}$$

$A_{sw}$  è l'area dell'armatura trasversale

$s$  interasse tra due armature trasversali consecutive

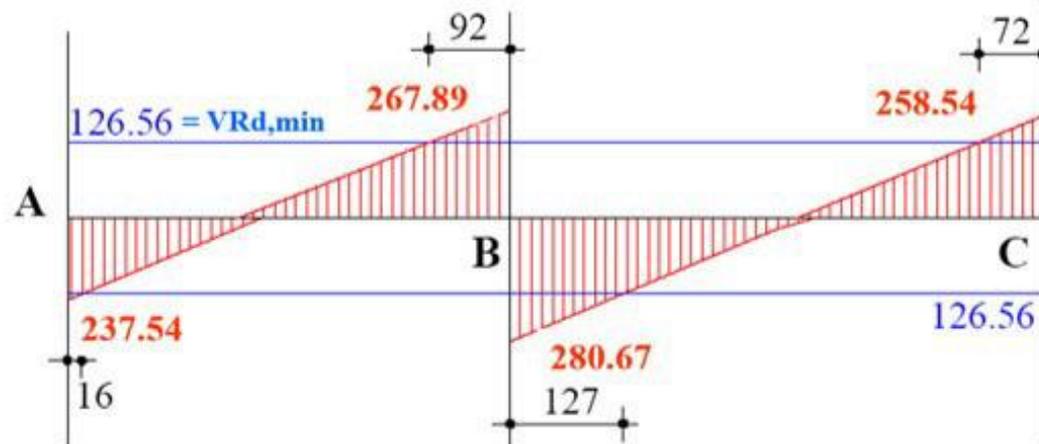
# VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TAGLIO

## FASE DI PROGETTO

### ESEMPIO:

### DATI DI PROGETTO DELLA TRAVE B-C

- $V_{sd} = 280.67\text{kN}$ ;
- $d = 520\text{mm}$ ;
- $b_w = 300\text{mm}$ ;
- $\alpha_c = 1$ ;
- $f'_{cd} = 0,5 \times f_{cd} = 5.85\text{N/mm}^2$ ;
- $\cot\alpha = 0$  (ipotesi di utilizzo staffe  $\alpha = 90^\circ$ )



# Il Progetto delle armature

Controllo della resistenza massima del cls

$$V_{Rcd}(\cot \theta = 1) \geq V_{Sd}$$

$$V_{Rcd}(\cot \theta = 1) = 450.15 \geq 280.67 \text{ kN} = V_{Sd}$$

Se la verifica non è soddisfatta bisogna definire una nuova geometria della sezione ovvero adottare un cls più resistente

Controllo Caso 2

$$V_{Rcd|\cot\theta=1.0} \geq V_{Sd} \geq V_{Rcd|\cot\theta=2.5}$$

$$450.1 \text{ kN} = V_{Rcd|\cot\theta=1.0} \geq V_{Sd} \geq V_{Rcd|\cot\theta=2.5} = 306.8 \text{ kN}$$

La sezione in esame non rientra nel Caso 2

Controllo del Caso 3

$$V_{Sd} = 280.7 \text{ kN} < V_{Rcd|\cot\theta=2.5} = 306.8 \text{ kN} \quad \rightarrow \quad \text{Caso 3}$$

# Il Progetto delle armature

Caso 3.  $V_{Sd} < V_{Rcd|cot\theta=2.5}$

Il progetto dell'armatura a taglio (rapporto  $A_{sw}/s$ ) viene eseguito imponendo l'uguaglianza tra il taglio agente  $V_{Sd}$  e quello resistente dell'armatura  $V_{Rsd}$  (taglio "trazione") in corrispondenza di  $\cot\theta = 2.5$  :

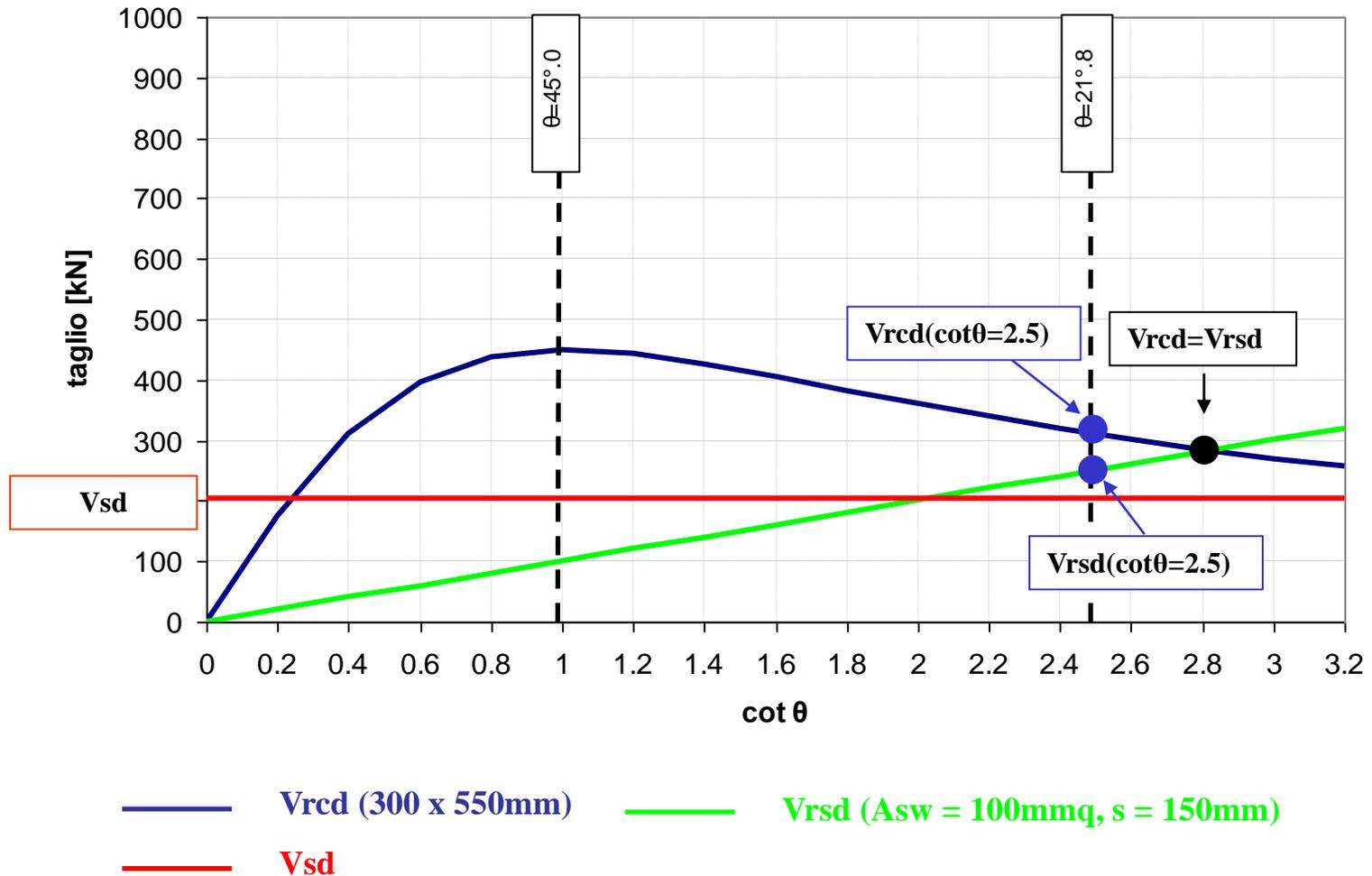
$$V_{Sd} = V_{Rsd|cot\theta=2.5} = A_{sw} \cdot f_{yd} \cdot \frac{0.9d}{s} \cdot \text{sen}\alpha \cdot (\cot\alpha + 2.5)$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Sd}}{0.9 \cdot d \cdot f_{yd} \cdot 2.5} = \frac{280670}{0.9 \cdot 520 \cdot 391 \cdot 2.5} = 0.61$$

Ipotizzando l'uso di staffe  $\varnothing 8$  a due bracci ( $A_{sw}=2 \times 50 \text{mm}^2$ ) si ha:

$$s = \frac{A_{sw}}{0.61} = \frac{2 \cdot 50}{0.61} = 163.9 \text{mm} \quad \rightarrow \quad \text{assumiamo passo } s=15 \text{cm}$$

# VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TAGLIO



# PROGETTO DELLE STAFFE

## 4.1.6.1.1 *Armatura delle travi*

Le travi devono prevedere armatura trasversale costituita da staffe con sezione complessiva non inferiore ad  $A_{st} = 1,5 b \text{ mm}^2/\text{m}$  essendo  $b$  lo spessore minimo dell'anima in millimetri, con un minimo di tre staffe al metro e comunque passo non superiore a 0,8 volte l'altezza utile della sezione.

staffatura minima:

$$A_{sw} = 1.5 \times b_w = 1.5 \times 300 = 450 \text{mm}^2/\text{m}$$

$$\rightarrow s = 220 \text{mm} \\ \text{(staffe } \phi 8)$$

Minimo 3 staffe per metro

$$\rightarrow s = 330 \text{mm}$$

Passo staffa massimo  $0.8 \times d =$

$$\rightarrow s = 416 \text{mm}$$

$$s_{\min} = 220 \text{mm}$$

# VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TAGLIO

## FASE DI VERIFICA

### 1) Calcolo del taglio resistente

Il valore del taglio resistente è dato dal valore minimo tra il taglio “compressione” e il taglio “trazione”.

$$V_{Rd} = \min (V_{Rcd}; V_{Rsd})$$

La verifica deve essere effettuata per ogni sezione con l’armatura effettiva. Questo comporta la determinazione del valore  $\cot\theta$  in questa nuova configurazione. Tale valore è prodotto uguagliando il valore del taglio “compressione” e taglio “trazione”.

$$V_{Rcd} = V_{Rsd} \Rightarrow \cot \theta = \sqrt{\frac{s \cdot b_w \cdot \alpha_c \cdot f'_{cd}}{A_{sw} \cdot f_{yd} \cdot \sin\alpha} - 1}$$

# VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TAGLIO

Il valore  $\cot\theta$  deve rispettare i limiti prescritti dalla normativa. Quindi si possono avere tre casi:

caso a):  $1 \leq \cot \theta \leq 2.5 \Rightarrow V_{Rd} = V_{Rcd} = V_{Rsd}$

caso b):  $\cot \theta > 2.5 \Rightarrow V_{Rd} = \min(V_{Rsd}|_{\cot \theta=2.5}; V_{Rcd}|_{\cot \theta=2.5})$

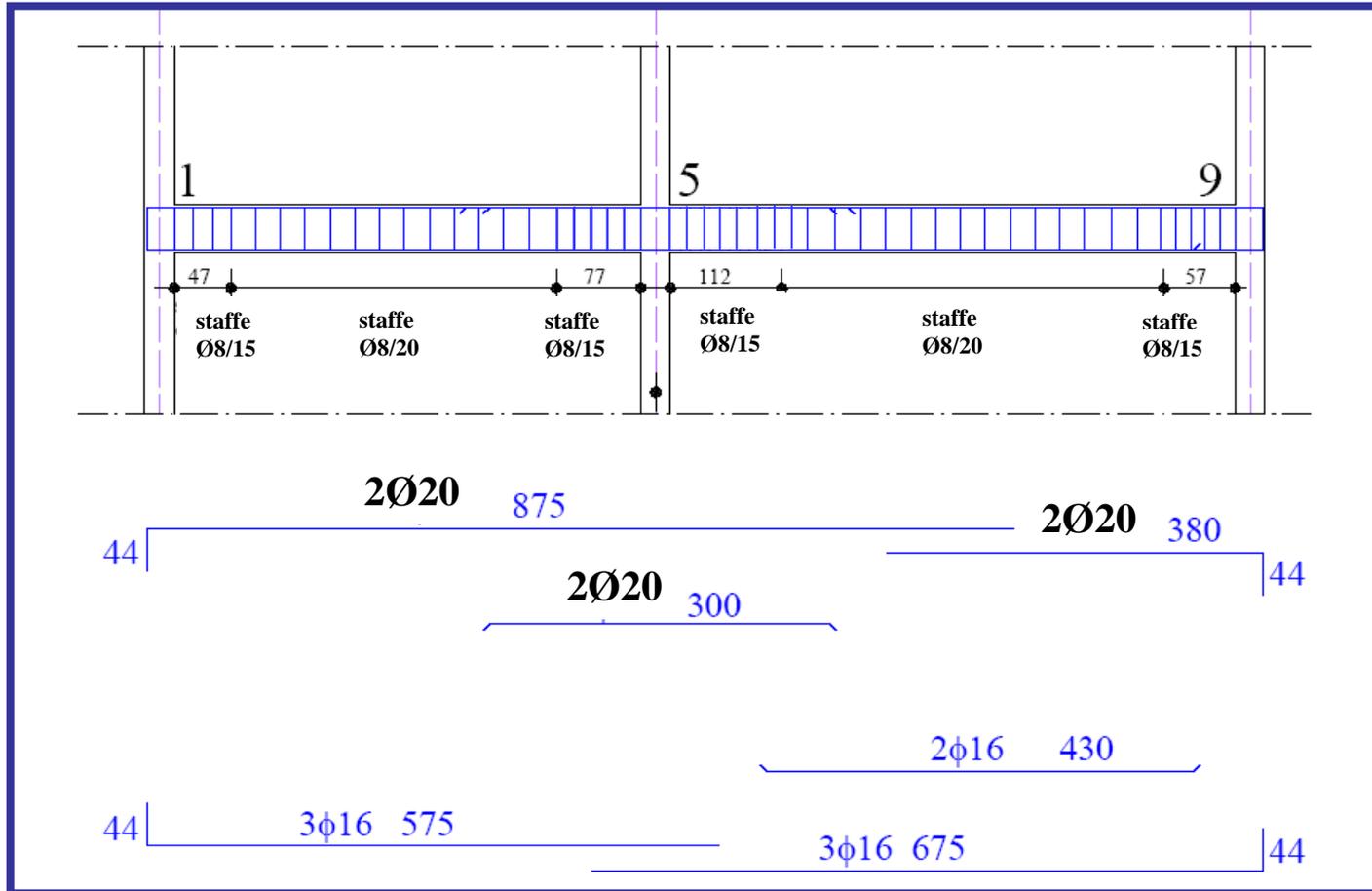
caso c):  $\cot \theta < 1 \Rightarrow V_{Rd} = \min(V_{Rsd}|_{\cot \theta=1.0}; V_{Rcd}|_{\cot \theta=1.0})$

Nell'esempio in svolgimento si ha che:

$V_{Rcd} = V_{Rsd} \Rightarrow \cot \theta = 2.57 > 2.5 \Rightarrow$  caso b)

$V_{Rd} = \min(V_{Rcd}; V_{Rsd}) = 305 \text{ kN} > 280.7 \text{ kN} = V_{Sd}$

# CARPENTERIA ESECUTIVA



# PROGETTO DEI PILASTRI

---

## Prescrizioni normative sulle armature

(NTC2018 §4.1.2.3.5.2)

Nei pilastri soggetti a compressione centrata o eccentrica deve essere disposta un'armatura longitudinale di sezione non minore di

$$A_{s,\min} \geq 0.10 N_{sd} / f_{yd}$$

Dove  $N_{sd}$  è la forza normale per combinazione di carico per SLU

L'armatura totale del pilastro deve avere sezione compresa tra

$$0.3\% A_c \leq A_s \leq 4\% A_c$$

dove  $A_c$  è l'area della sezione in calcestruzzo

# PROGETTO DEI PILASTRI

---

## Prescrizioni normative sulle armature

(NTC2018 §4.1.2.3.5.2)

- Diametro delle barre longitudinali non minore di **12 mm** con interasse non maggiore di **300 mm**
- Staffatura posta ad interasse non maggiore di:

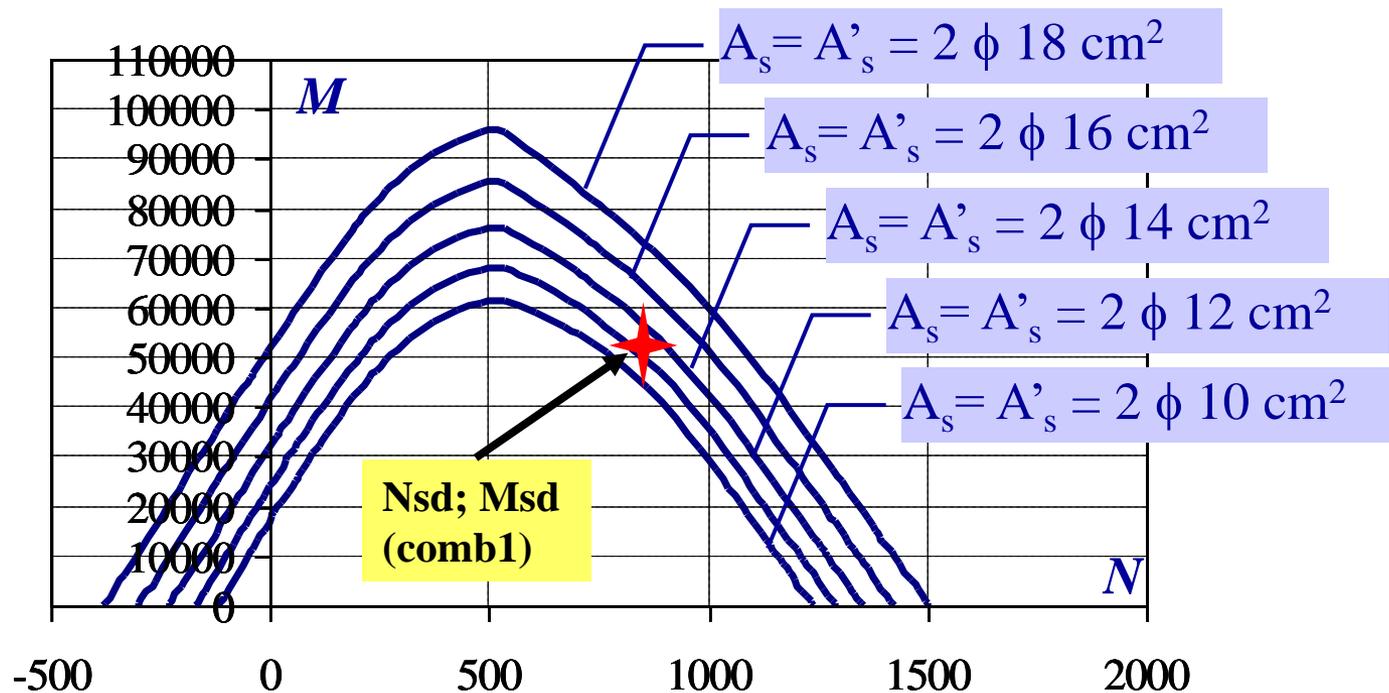
$$s_{\min} = \min(12\Phi_1; 25 \text{ cm})$$

dove  $\Phi_1$  è il diametro più piccolo dei ferri longitudinali adottati per armare il pilastro

- Diametro delle staffe non minore di **6 mm** e di **1/4 del diametro massimo delle barre longitudinali**

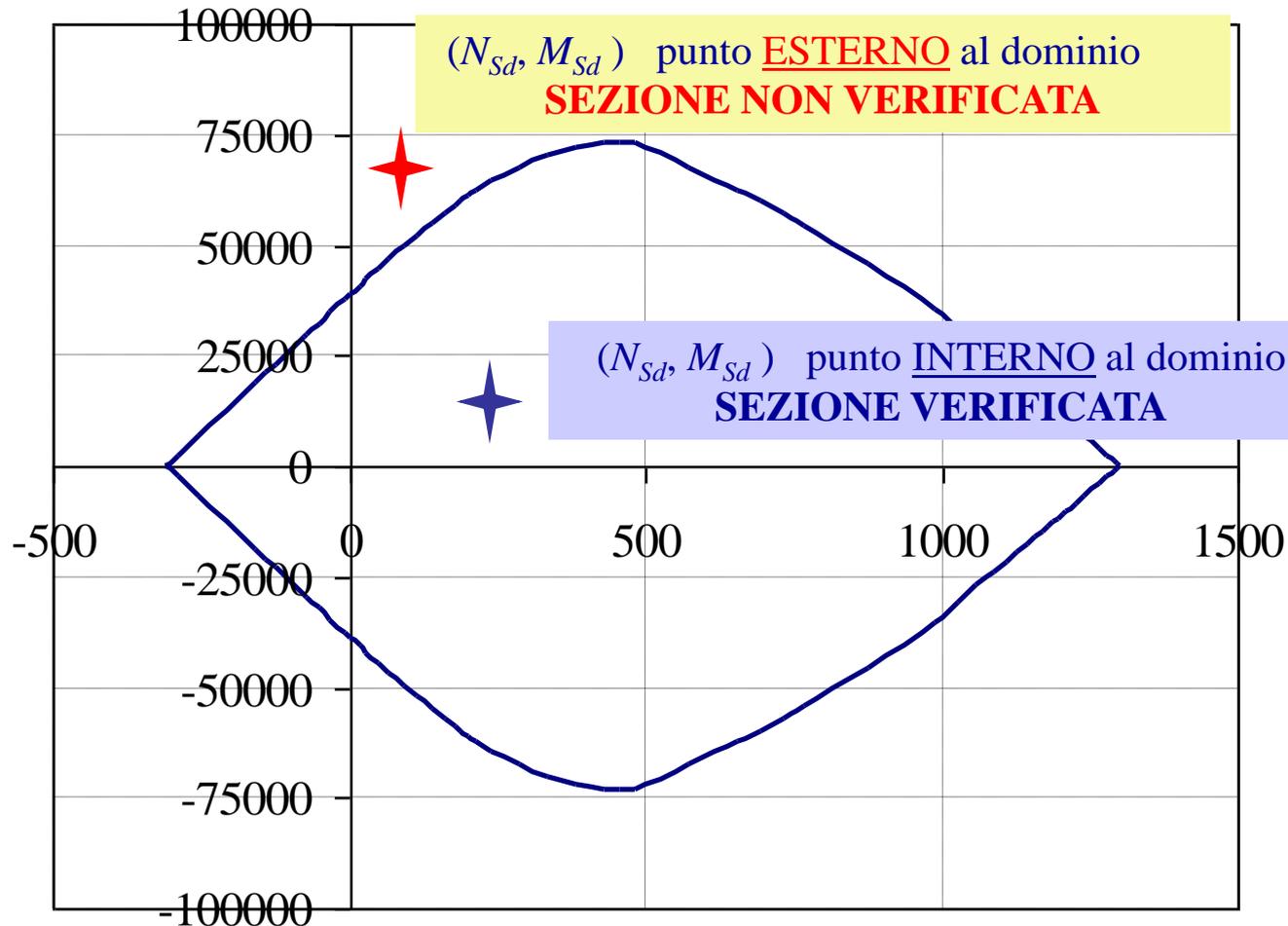
# Utilizzo dei domini M – N per progetto-verifica

- Le dimensioni della sezione sono note
- Si costruiscono i domini M-N per diverse quantità di armatura.
- Si riporta sul diagramma il punto di coordinate  $(N_{sd}, M_{sd})$  delle sezioni maggiormente sollecitate valutate per tutte le combinazioni di carico considerate
- Si determina la quantità di armatura necessaria



# Domini M – N allo Stato Limite Ultimo

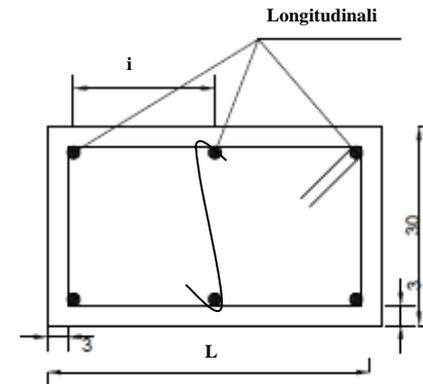
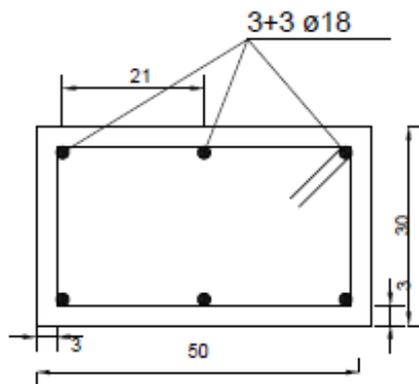
Per ogni pilastro devono essere riportate le coordinate N,M delle sezioni di testa e alla base





# REGOLE PRATICHE DI PROGETTAZIONE PER I PILASTRI

- L'interasse tra le barre longitudinali non deve essere superiore a 25 cm anche lungo i lati meno sollecitati del pilastro (NTC2018 par. 7.4.6.2.2);
- Per evitare problemi d'instabilità delle barre longitudinali è bene prevedere dei ganci supplementari quando il lato della staffa è troppo lungo.

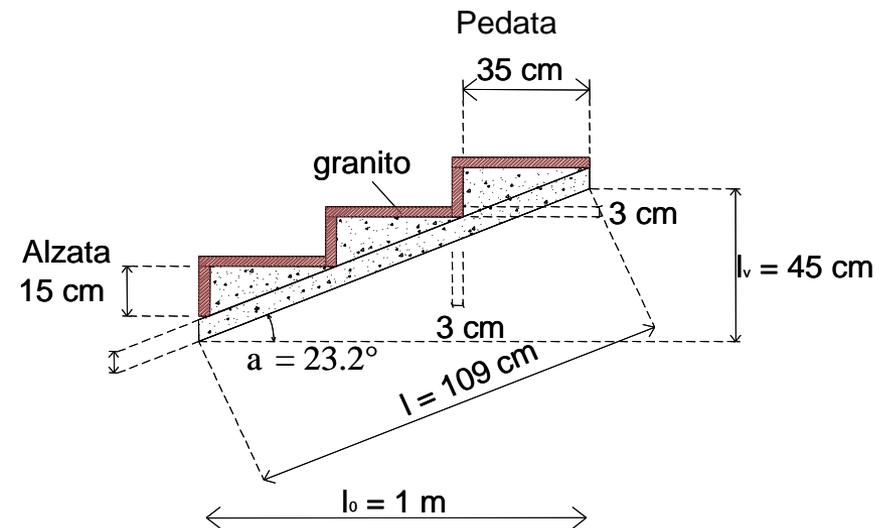


# REGOLE PRATICHE DI PROGETTAZIONE PER LA SCALA

## Progetto dei gradini

Considerando la geometria dei gradini si intuisce che l'asse di sollecitazione del momento non coincide con l'asse principale d'inerzia della sezione e che, quindi, si è in presenza di flessione deviata. Tuttavia, in virtù della presenza della soletta di collegamento, la scala può inflettersi essenzialmente ruotando intorno ad un asse che tende ad avere la stessa inclinazione della rampa.

Tutto il problema può essere semplificato progettando e verificando la sezione per la componente del momento secondo l'angolo  $\alpha$





# REGOLE PRATICHE DI PROGETTAZIONE PER LA SCALA

Il minimo di armature tesa da disporre è pari a:

$$A_{s,\min} = 0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_t \cdot d \geq 0.0013 \cdot b_t \cdot d \implies A_{f1} = 71.6 \text{ mm}^2$$

• L'armatura necessaria per il momento flettente è valutata attraverso:

$$A_{f2} = M_d / (0.9d f_{yd}) = 5.2 \cdot 10^6 / (0.9 \cdot 145 \cdot 391.3) = 101 \text{ mm}^2 = 1.01 \text{ cm}^2$$

• Scegliamo la massima tra le due quantità:

$$A_f = \text{MAX} (A_{f1}; A_{f2}) = 1.01 \text{ cm}^2$$

• Trasformando l'area in tondini di ferro, disponiamo una barra  $\Phi 12$  nella parte superiore della sezione per portare il momento pari a  $A_f (\Phi 12) = 1.13 \text{ cm}^2$ . Disponiamo un'altra barra  $\Phi 12$  nella parte inferiore come reggi staffa;

• Eseguiamo la verifica a flessione SLU come per le travi di piano (NB: assicurarsi che l'asse neutro ricada all'interno della soletta);

• Disponiamo un'armatura di ripartizione della soletta costituita da una rete elettrosaldada di  $\Phi 8/20$ .

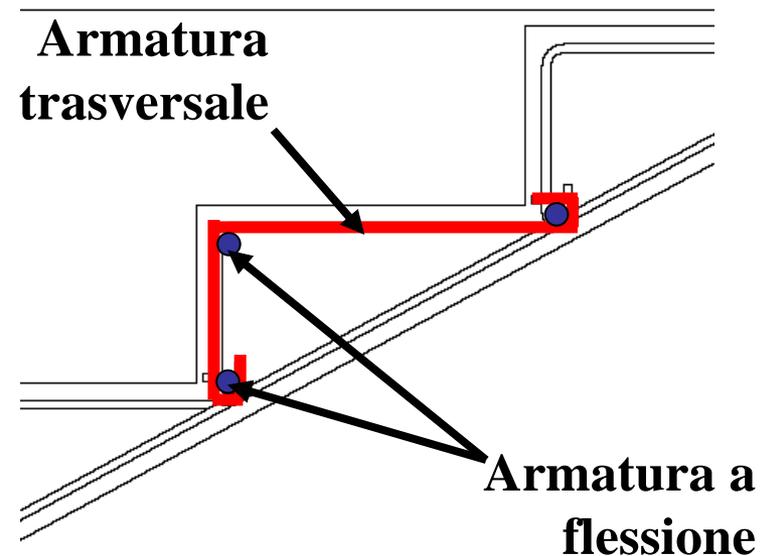
# REGOLE PRATICHE DI PROGETTAZIONE PER LA SCALA

## Armatura longitudinale a flessione del gradino

La scala con gradini portanti può essere vista e progettata come una soletta in c.a., e quindi in virtù di quanto previsto dalla normativa su solai e solette piene, può non essere armata a taglio.

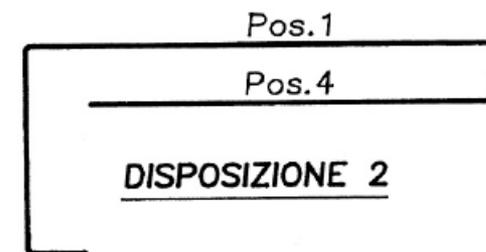
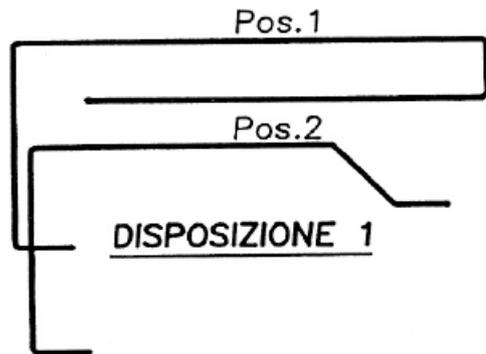
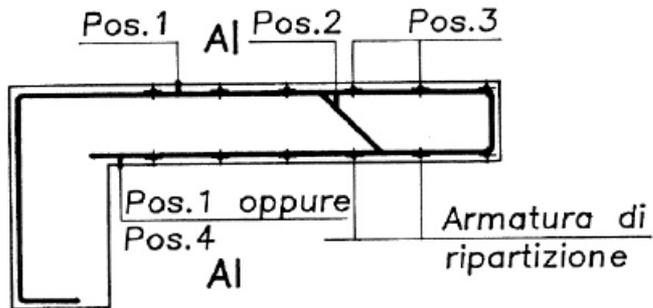
Le staffe, quindi hanno solo una funzione costruttiva, vengono disposte a distanze di circa  $20 \div 30$  cm e l'armatura di ripartizione della soletta mantiene lo stesso passo.

Dovendo calcolare il valore del taglio resistente viene utilizzata la nota espressione impiegata per il solaio utilizzando come altezza utile  $h$  assieme ad una base equivalente

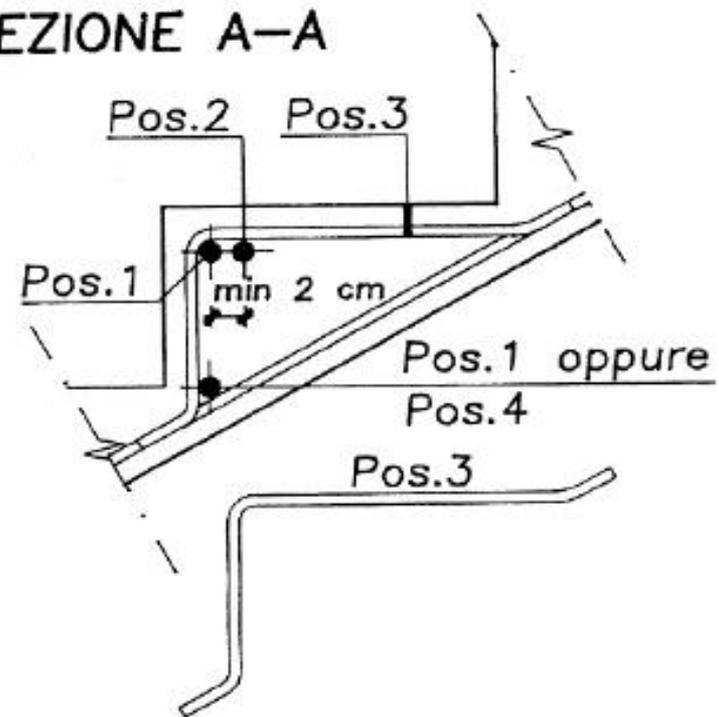


# REGOLE PRATICHE DI PROGETTAZIONE PER LA SCALA

## Esempi di armatura longitudinale a flessione del gradino

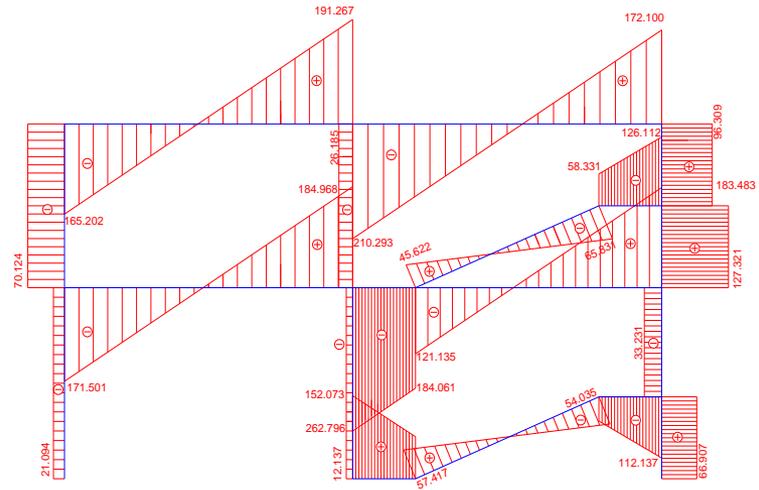


### SEZIONE A-A

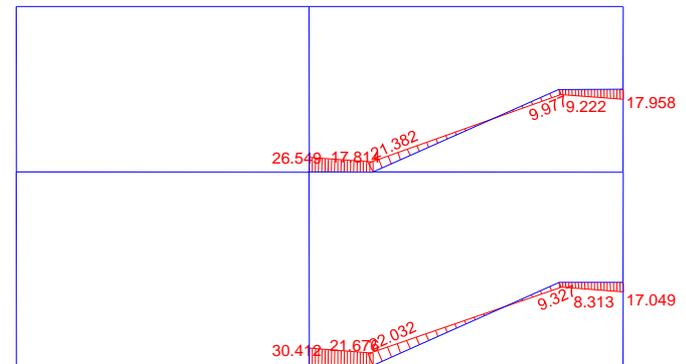


# LA TRAVE A GINOCCHIO

## DIAGRAMMA DEL TAGLIO



## DIAGRAMMA DEL MOMENTO TORCENTE



# VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TORSIONE

---

La verifica dello SLU per sollecitazioni di torsione è soddisfatta se:

$$T_{Rd} \geq T_{Ed}$$

dove  $T_{Ed}$  è il valore dello **sforzo di torsione agente** e  $T_{Rd}$  è la **torsione resistente** pari al minimo tra il valore della resistenza delle bielle di cls compresse  $T_{Rcd}$ , delle barre longitudinali  $T_{Rld}$  e delle armature trasversali  $T_{Rsd}$  tese:

$$T_{Rd} = \min (T_{Rcd}; T_{Rld}; T_{Rsd})^*$$

\* La verifica è riferita a sezioni prismatiche cave o piene il cui schema resistente è riconducibile a un traliccio periferico in cui gli sforzi di trazione sono affidati alle armature longitudinali e trasversali ivi contenute e gli sforzi di compressione sono affidati alle bielle di calcestruzzo.

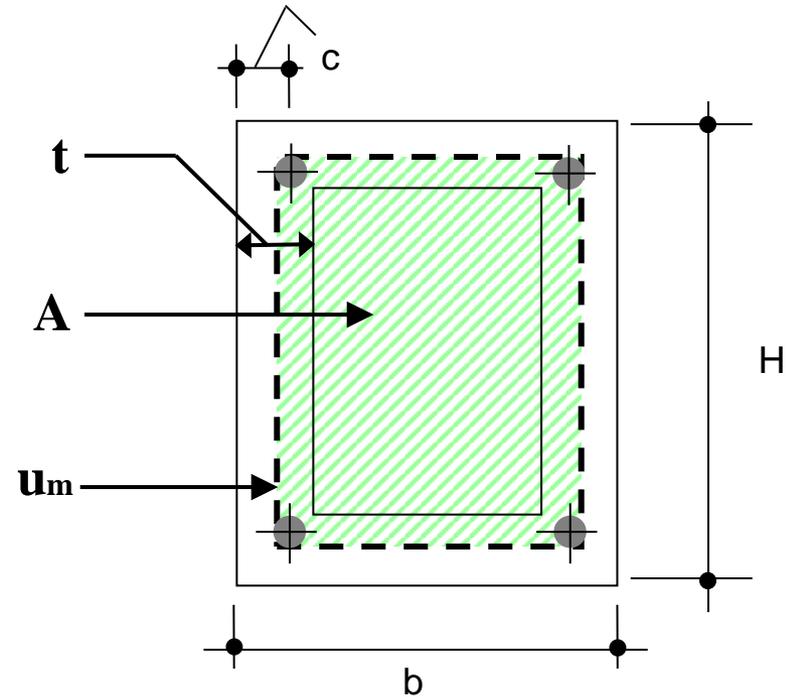
# S.L.U. TORSIONE (NTC2018)

*Momento torcente resistente delle bielle di calcestruzzo ( $T_{Rcd}$ )*

La resistenza delle bielle si calcola attraverso la seguente espressione:

$$T_{Rcd} = 2 \cdot A \cdot t \cdot f'_{cd} \cdot \cot \theta / (1 + \cot^2 \theta)$$

- $t = A_c / u \geq 2c$  è lo spessore della sezione cava;  
 $A_c = b \times H$  è l'area della sezione;  
 $u$  è il perimetro della sezione;  
 $A$  area racchiusa entro la fibra media del perimetro della sezione;  
 $f'_{cd}$   $f'_{cd}$  resistenza a compressione ridotta del calcestruzzo d'anima ( $f'_{cd} = 0,5 \times f_{cd}$ );  
 $\theta$  angolo di inclinazione delle bielle di cls  $1 \leq \cot \theta \leq 2.5$



**NOTA:** la tensione del cls è ridotta perché le bielle sono presso-inflesse

# S.L.U. TORSIONE (NTC2018)

*Momento torcente resistente delle armature trasversali e longitudinali ( $T_{Rsd}$ ,  $T_{Rld}$ )*

La resistenza delle armature trasversali si calcola attraverso la seguente espressione:

$$T_{Rsd} = 2 \cdot A \cdot \frac{A_s}{s} \cdot f_{yd} \cdot \cot \theta$$

La resistenza delle armature longitudinali si calcola attraverso la seguente espressione:

$$T_{Rld} = 2 \cdot A \cdot \frac{A_{sl}}{u_m} \cdot f_{yd} \cdot \frac{1}{\cot \theta}$$

$t = A_c/u$  è lo spessore della sezione cava,  $A_c$  è l'area e  $u$  il perimetro;

$A_s$  è l'area della staffa;

$u_m$  è il perimetro medio del nucleo resistente,

$s$  passo delle staffe;

$A_{sl}$  area complessiva delle barre longitudinali;

$A$  area racchiusa nel perimetro medio della sezione cava

$\theta$  angolo di inclinazione delle bielle di cls con la limitazione  $1 \leq \cot \theta \leq 2.5$

# VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TORSIONE

---

## COMPORTAMENTO A ROTTURA DELLE SEZIONI

Nelle sezioni in c.a. sottoposte a torsione sono possibili 3 diverse condizioni di verifica:

- **Snervamento simultaneo delle armature (staffe + barre longitudinali)**
- **Rottura delle bielle di cls e contemporaneo snervamento delle staffe**
- **Rottura delle bielle di cls e contemporaneo snervamento delle barre longitudinali**

# VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TORSIONE

## Esempio: progetto per torsione della trave a ginocchio

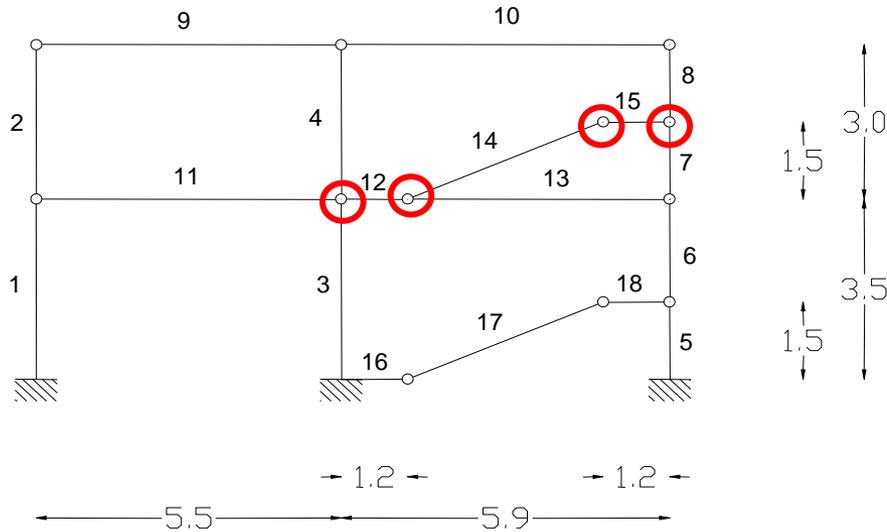
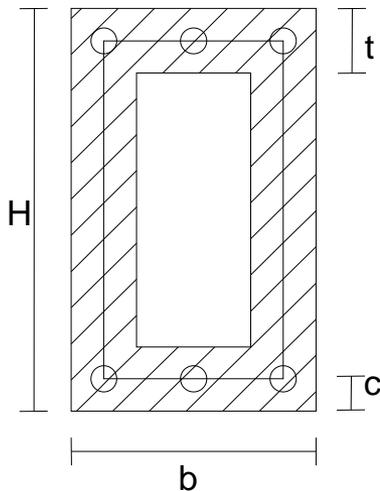
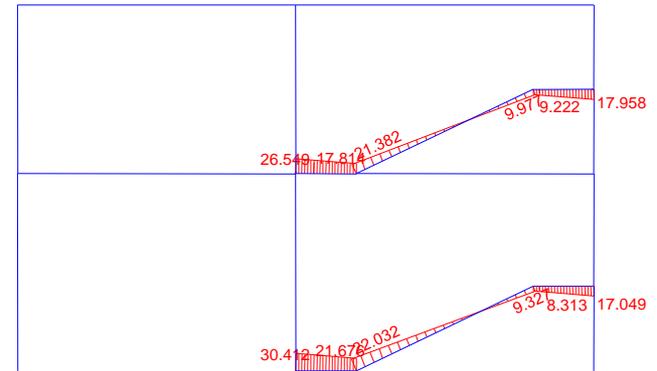


Diagramma della sollecitazione di torsione



### DATI DI PROGETTO

- $t = A_c/u = 1800/180 = 10\text{cm}$
- $A_c = b \times H = 30 \times 60 = 1800\text{cm}^2$
- $u = 2 \times (30 + 60) = 180\text{cm}$
- $A = ((30 - 10) \times (60 - 10)) = 1000\text{cm}^2$
- $f'_{cd} = 5.85\text{N/mm}^2$  ( $f_{cd} = 11.7\text{N/mm}^2$ )
- $T_{sd} = 30 \text{ kNm}$
- $c = 3\text{cm}$
- $u_m = 2 \times ((30 - 10) + (60 - 10)) = 140\text{cm}$

# VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TORSIONE

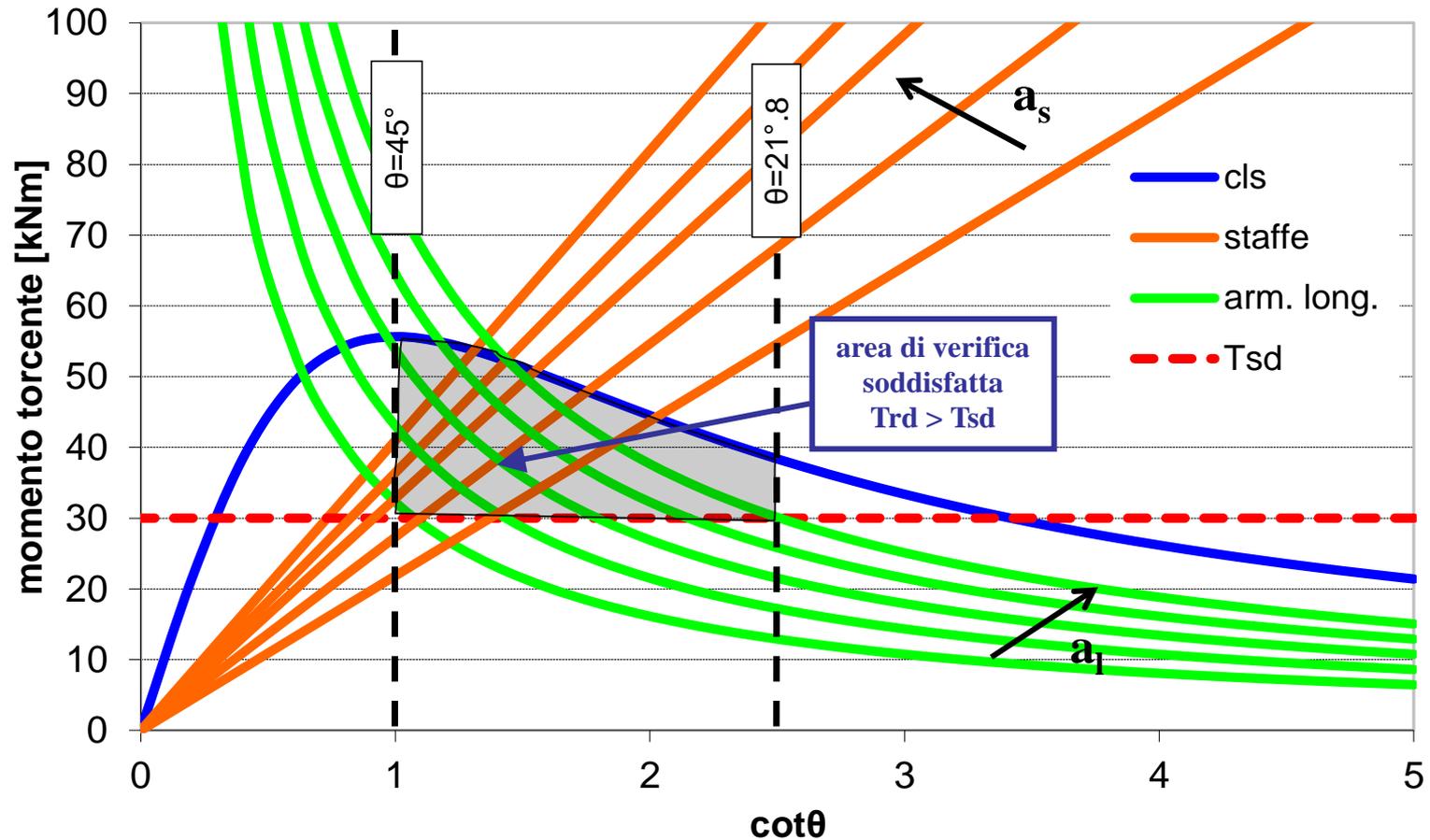
## PROGETTO PER TORSIONE

Per il progetto dell'armatura resistente a torsione può essere realizzato un diagramma riportante la funzione della **torsione resistente del cls** ( $T_{Rcd}$ ) e le funzioni della **torsione resistente delle barre longitudinali** ( $T_{Rld}$ ) e **trasversali** ( $T_{Rsd}$ ) per diversi valori del rapporto di armatura ( $a_s$ ;  $a_l$ ) al variare del valore di  $\cot\theta$ .

A tale scopo possono essere considerati tutti i punti di incontro tra le funzioni  $T_{Rld}$  e  $T_{Rsd}$  che ricadono entro i valori  $\cot\theta = 1.0$  e  $\cot\theta = 2.5$  e delimitati dai punti della funzione  $T_{Rcd}$  e del valore della torsione agente  $T_{Sd}$

**ATTENZIONE:** Se il valore della torsione agente  $T_{Sd}$  risulta essere maggiore del valore massimo della torsione resistente del cls  $T_{Rcd}$  (valutato per  $\cot\theta = 1$ ) bisogna necessariamente definire una nuova geometria della sezione di cls ovvero utilizzare un cls di resistenza maggiore

# VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TORSIONE



# VERIFICA SLU PER SOLLECITAZIONI DI TORSIONE

## VERIFICA PER TORSIONE PURA

- Il valore della sollecitazione di torsione è di  $T_{Sd} = 30$  kNm
- Armatura a Taglio (staffe  $\phi 8/15$ , barre longitudinali  $4\phi 18$ )

Come risulta dal diagramma precedente il valore della torsione resistente del cls valutato per  $\cot\theta = 1$  è maggiore del valore agente.

Allora si procede determinando il valore di  $\cot\theta$  uguagliando i valori della torsione resistente delle staffe  $T_{Rsd}$  e delle barre longitudinali  $T_{Rld}$  valutate con le quantità effettive.

$$T_{Rld} = T_{Rsd} \Rightarrow \cot\theta = (a_1 / a_s)^{1/2} = (0.73 / 0.33)^{1/2} = 1.48$$

dove  $a_1 = \sum A_1 / u_m = 1018 / 1400 = 0.73$

e  $a_s = A_s / s = 50 / 150 = 0.33$

Il valore della torsione resistente  $T_{Rd}$  è pari a:  $T_{Rd} = T_{Rld} = T_{Rsd}$

$$T_{Rsd} = 2 \cdot A \cdot \frac{A_s}{s} \cdot f_{yd} \cdot \cot\theta = 2 \cdot 100000 \cdot \frac{50}{150} \cdot 391 \cdot 1.48 = 38578667 \text{ Nmm} = 38.5 > 30 \text{ kNm}$$

# PROGETTO DELLA TRAVE A GINOCCHIO

---

## Disposizione delle staffe a torsione e taglio

Le staffe disposte per il taglio e per la torsione devono essere sommate, in modo tale che il passo sia sufficiente per sopportare contemporaneamente taglio e torsione

- Calcoliamo il rapporto tra l'area delle **staffe disposte per il taglio** (lavorano con **2 bracci**) ed il relativo passo:

$$A_{swV}/s$$

- Calcoliamo il rapporto tra l'area delle **staffe disposte per la torsione** (lavorano con **1 braccio**) e il passo necessario per portare la sola torsione:

$$2A_{swT}/s$$

- La somma di questi due contributi rappresenta il rapporto tra l'area totale delle staffe e il passo

$$A_{swTOT}/s$$

## TORSIONE, FLESSIONE E SFORZO NORMALE

Le armature longitudinali calcolate come indicato per la resistenza nei riguardi della sollecitazione **torcente** devono essere **aggiunte** a quelle calcolate nei riguardi delle verifiche per **flessione**

Si applicano inoltre le seguenti regole:

- nella zona tesa all'armatura longitudinale richiesta dalla sollecitazione di flessione e sforzo normale, deve essere aggiunta l'armatura richiesta dalla torsione
- nella zona compressa, se la tensione di trazione dovuta alla torsione è minore della tensione di compressione nel calcestruzzo dovuta alla flessione e allo sforzo normale, non è necessaria armatura longitudinale aggiuntiva per torsione

## TORSIONE E TAGLIO

Per quanto riguarda la crisi lato calcestruzzo, la resistenza massima di una membratura soggetta a torsione e taglio è limitata dalla resistenza delle bielle compresse di calcestruzzo. La verifica è soddisfatta se risulta:

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rcd}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rcd}} \leq 1$$

### ATTENZIONE:

Per l'angolo  $\theta$  delle bielle compresse di conglomerato cementizio deve essere assunto un unico valore per le due verifiche di taglio e torsione.

# CARPENTERIE ESECUTIVE TRAVE A GINOCCHIO

## Disposizione delle armature nella trave a ginocchio

